

Formulación de Funciones de Costo de Incertidumbre en Pequeñas Centrales Hidroeléctricas dentro de una Microgrid

Ferney Sadid Molina Sanchez
Universidad Nacional de Colombia
fsmolinas@unal.edu.co

Sergio Jair Pérez Sichacá
Universidad Nacional de Colombia
sjperezs@unal.edu.co

Sergio Raul Rivera Rodriguez
Universidad Nacional de Colombia
srriverar@unal.edu.co

(Tipo de Artículo: Investigación Científica y Tecnológica. Recibido el 29/09/2016. Aprobado el 13/02/2017)

Resumen. El presente artículo propone extender el concepto de costo de incertidumbre en la operación de sistemas de energía que contienen fuentes renovables (solar y eólica) a sistemas de potencia con penetración de pequeñas centrales hidroeléctricas (PCHs). La extensión propuesta se logra obtener conociendo la probabilidad de distribución del caudal donde está la PCH. Para ello, se presenta el desarrollo analítico de los costos de incertidumbre en pequeñas centrales hidroeléctricas, obteniendo la probabilidad de potencia inyectada por la central y desarrollando la formulación matemática de los costos por subestimar y sobreestimar la potencia disponible. Adicionalmente, se presenta la validación de la formulación analítica a través de simulaciones de Monte Carlo, comprobando que en los dos casos (costo de incertidumbre con la fórmula analítica y valor esperado de la simulación de Monte Carlo) se llega al mismo costo de incertidumbre. Adicionalmente, se presentan los códigos que calculan el costo esperado mediante la formulación analítica obtenida y el costo esperado mediante el valor medio de los costos de la simulación de Monte Carlo.

Palabras clave. Incertidumbre, Microgrids, Monte Carlo, Pequeñas Centrales Hidroeléctricas.

Uncertainty Cost Function Formulation in Small Hydropower Plants Inside Microgrid

Abstract. The current paper proposes to extend the concept of cost of uncertainty in the operation of energy systems containing renewable sources (like solar and wind) to power systems with penetration of small hydroelectric plants (PCHs). The proposed extension is obtained using the distribution probability of the flow where the PCH is. In order to do this, the analytical development of the uncertainty costs in small hydropower plants is presented, obtaining the probability of power injected by the plant and developing the mathematical formulation of the costs due to underestimate and overestimate the available power. Additionally, the validation of the analytical formulation is presented through Monte Carlo simulations, showing that in the two cases (cost of uncertainty with the analytical formula and expected value of the Monte Carlo simulation) the same uncertainty cost is reached. Finally, we present the codes in order to calculate the expected cost through the analytical formulation obtained and the expected cost through the average cost of the Monte Carlo simulation.

Keywords. *Uncertainty, Microgrids, Monte Carlo, Small Hydroplants.*

1. Introducción

Una Microgrid es un sistema de potencia de pequeña escala que puede operar conectada a la red o de manera independiente [1], [2]. Los elementos activos (que inyectan o consumen potencia en un instante de tiempo) que componen estos sistemas se pueden agrupar en cinco categorías: (i) generación tradicional o controlable, (ii) generación renovable o estocástica, (iii) cargas tradicionales o estocásticas, (iv) cargas controlables, y (v) sistemas de almacenamiento de energía [3], [4].

Los elementos estocásticos mencionados en el párrafo anterior pueden ser modelados con distribuciones de probabilidad que describen la disponibilidad de las fuentes primarias en el caso de los generadores, o el comportamiento o patrón de consumo en el caso de las cargas. En escenarios de alta penetración de generación estocástica los entes operadores de la red o la microgrid deben tener herramientas para definir los puntos de operación más convenientes para el sistema. Por ejemplo, la generación con energía eólica (WEG) y la generación con energía solar (PVG) tienen un comportamiento no determinístico, debido a la variación de la velocidad de viento y de la irradiación solar, respectivamente. Estas fuentes generalmente se consideran como no programables en el despacho económico (ED) de energía eléctrica en un sistema de potencia. Sin embargo, cuando una microgrid tiene mucha penetración de estas fuentes se requieren de herramientas para decidir cuánto despachar de las fuentes, y esas herramientas deben considerar la función de densidad de probabilidad (PDF) de su respectiva fuente primaria, cómo se muestra en [5] y [6].

En Colombia, dado su gran potencial de recursos hídricos, existe la posibilidad que las microgrids a implementar en el futuro cercano tengan un gran componente de pequeñas centrales hidroeléctricas (PCH). En estas fuentes, la fuente primaria corresponde al caudal del río donde se instala el sistema. Estos caudales también tienen una distribución de probabilidad que modela los valores posibles del caudal en diferentes instantes de tiempo. De esta manera, dada la incertidumbre causada por la incorporación de WEG, PVG y PCH en un sistema de potencia, el operador de la microgrid debe disponer de una metodología que minimice el riesgo asociado a la programación de estas fuentes variables de energía en el ED y suplir la demanda de potencia. Esta demanda puede utilizar esta minimización del riesgo y a su vez ser controlables [7], [8].

En la literatura técnica del tema se propone la metodología de costo por subestimar o sobreestimar la disponibilidad de la potencia del generador estocástico como consideración adicional en la función objetivo del ED [6], [9], [10]. El concepto de costos por subestimación ($C_{u,i}$) y sobreestimación ($C_{o,i}$) se debe a que es posible que exista diferencia entre la potencia generada disponible ($W_{av,i}$) y la potencia programada para generar ($W_{s,i}$). De esta forma cuando se tiene que la potencia

programada es menor que la potencia disponible, se tiene un costo por subestimación debido a que no se va a aprovechar toda la potencia disponible.

$$W_{s,i} < W_{av,i} \quad (1)$$

Por el contrario, si la potencia disponible es menor que la potencia programada, se genera un costo por sobreestimación, ya que la potencia no estará disponible en la fuente en todo momento.

$$W_{av,i} < W_{s,i} \quad (2)$$

Con la información anterior es posible determinar la función de costos por incertidumbre (UCF) esperado como la suma de ambos componentes.

$$UCF = C_{u,i}(W_{s,i}, W_{av,i}) + C_{o,i}(W_{s,i}, W_{av,i}) \quad (3)$$

De esta manera el presente artículo propone extender el concepto a las pequeñas centrales hidroeléctricas conociendo la probabilidad de distribución del caudal donde está el sistema. Para ello en las secciones 2 y 3, se presenta el desarrollo analítico de los costos de incertidumbre en pequeñas centrales hidroeléctricas, primero se obtiene la probabilidad de potencia inyectada por la central (sección 2) y después se obtienen la formulación matemática de los costos por subestimar y sobreestimar la potencia disponible. En la sección 4, se presenta la validación de la formulación analítica a través de simulaciones de Monte Carlo, comprobando que en los dos casos se llega al mismo costo de incertidumbre. Finalmente, en la sección 5, se presentan las conclusiones del presente estudio.

2. Probabilidad de potencia inyectada a partir de la probabilidad del caudal

Para desarrollar los conceptos de costos de incertidumbre presentados en [6], [9], [10], el primer paso es determinar una relación entre una variable física (fuente primaria de energía) y la potencia que se puede generar. Para ello, se consideraron dos opciones, la primera es manejar datos históricos de la fuente primaria para construir una relación de probabilidad; y la segunda opción es encontrar la función de densidad de probabilidad que modele los fenómenos relacionados con la cantidad de agua disponible (para el caso de PCH) para generar electricidad. En la literatura se encuentra que la función de probabilidad que más se adecúa es la Gumbel [11] [12], [13], no obstante, el desarrollo se puede extender para otras distribuciones de probabilidad. Con esta función se pueden determinar los valores posibles de caudal y también es posible encontrar una relación para la potencia generada por un generador en términos del caudal de agua disponible.

De esta manera, la función de densidad de probabilidad, usada en este estudio, para generar a partir de pequeñas centrales hidroeléctricas depende de la función de densidad de probabilidad del caudal ($f(Q)$) del río donde se encuentra el generador, esta función generalmente corresponde a una función tipo Gumbell [11] [12], [13]:

$$f(Q) = \frac{e^{\left[\frac{Q-\mu}{\sigma}\right]} e^{-e^{\left[\frac{Q-\mu}{\sigma}\right]}}}{\sigma} \quad (4)$$

donde Q corresponde al caudal de agua que le llega al generador, μ es el valor promedio y σ es la desviación media cuadrática. Adicionalmente, la relación entre el caudal de agua y la potencia activa generada por un generador hidráulico está dada por [11] [12], [13]:

$$W_{HYD} = 9.81 * \rho * \eta_t * \eta_g * \eta_m * Q * h \quad (5)$$

donde W_{HYD} corresponde a la potencia activa generada, ρ es la densidad del agua en Kg/m³, η_t es la eficiencia de la turbina hidráulica, η_g es la eficiencia del generador eléctrico, η_m es la eficiencia del acople entre la turbina y el generador, Q es el caudal en unidades de m³/s y h es la diferencia de altura en la central dada en m.

Luego se procede a aplicar la transformación lineal para obtener la distribución de probabilidad de la potencia activa generada:

$$\begin{aligned} W_{HYD}(Q) &= g(Q) \\ &= (9.81 * \rho * \eta_t * \eta_g * \eta_m * h) \\ &\quad * Q \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} g^{-1}(W_{HYD}) &= Q \\ &= \frac{W_{HYD}(Q)}{(9.81 * \rho * \eta_t * \eta_g * \eta_m * h)} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{dg^{-1}(W_{HYD})}{dW_{HYD}} &= \frac{1}{(9.81 * \rho * \eta_t * \eta_g * \eta_m * h)} \end{aligned} \quad (8)$$

Aplicando el siguiente cambio de variable es posible obtener la función de densidad de probabilidad requerida:

$$\begin{aligned} f_{W_{HYD}}(W_{HYD}) &= f_G(g^{-1}(W_{HYD})) \left| \frac{dg^{-1}(W_{HYD})}{dW_{HYD}} \right| \end{aligned} \quad (9)$$

De esta manera, se reemplaza en la función de densidad de probabilidad tipo Gumbell agrupando los valores constantes por una sola constante para simplificar la ecuación, obteniendo la distribución de la probabilidad de la potencia inyectada.

$$K = 9.81 * \rho * \eta_t * \eta_g * \eta_m * h \quad (10)$$

$$\begin{aligned} f_{W_{HYD}}(W_{HYD}) &= \frac{e^{\left[\frac{(W_{HYD}/K)-\mu}{\sigma}\right]} e^{-e^{\left[\frac{(W_{HYD}/K)-\mu}{\sigma}\right]}}}{\sigma} \\ &\quad \times \frac{1}{K} \end{aligned} \quad (11)$$

3. Desarrollo analítico de los costos de incertidumbre en pequeñas centrales hidroeléctricas

3.1 Costo de incertidumbre por subestimación

El primer costo de penalización, como se mencionó anteriormente, se debe a la subestimación en la potencia programada, cuando es menor que la potencia disponible. La forma general para determinar este costo se muestra en la ecuación (12).

$$\begin{aligned} E[C_{HYD,u,i}(w_{HYD,s,i}, W_{HYD,i})] &= \int_{w_{HYD,s,i}}^{W_{HYD,\infty,i}} c_{HYD,u,i}(W_{HYD,i} - w_{HYD,s,i}) \\ &\quad \cdot f_{W_{HYD}}(W_{HYD,i}) \cdot dW_{HYD,i} \end{aligned} \quad (12)$$

donde:

$$\begin{aligned} E[C_{HYD,u,i}(w_{HYD,s,i}, W_{HYD,i})] &= \text{Costo por subestimación en generador } i \end{aligned}$$

$c_{HYD,u,i}$
= coeficiente costo por subestimación del generador i

$W_{HYD,\infty,i}$
= Potencia generada máxima posible del generador i

$w_{HYD,s,i}$
= Potencia estimada de despacho del generador i

Se reemplaza la función de densidad de probabilidad y se resuelve la integral:

$$\begin{aligned} E[C_{HYD,u,i}(w_{HYD,s,i}, W_{HYD,i})] &= \int_{w_{HYD,s,i}}^{W_{HYD,\infty,i}} c_{HYD,u,i}(W_{HYD,i} - w_{HYD,s,i}) \\ &\quad \frac{e^{\left[\frac{(W_{HYD,i}/K)-\mu}{\sigma}\right]} e^{-e^{\left[\frac{(W_{HYD,i}/K)-\mu}{\sigma}\right]}}}{\sigma K} dW_{HYD,i} \end{aligned} \quad (13)$$

Para poder realizar la integral se decide realizar los siguientes cambios de variable

$$V = e^{\left[\frac{(W_{HYD,i}/K)-\mu}{\sigma}\right]} \quad (14)$$

$$dV = e^{\left[\frac{(W_{HYD,i}/K)-\mu}{\sigma}\right]} \frac{dW_{HYD,i}}{\sigma K} \quad (15)$$

Al despejar la variable de integración

$$W_{HYD,i} = \sigma k \times \ln(V) + \mu k \quad (16)$$

$$dW_{HYD,i} = \sigma k \frac{dV}{V} \quad (17)$$

Se logra obtener esta nueva integral

$$\begin{aligned} E[C_{HYD,u,i}(W_{HYD,s,i}, V)] \\ = \int c_{HYD,u,i}(\sigma k \times \ln(V) + \mu k) \times \frac{V \times e^{-V}}{\sigma k} \\ \times \sigma k \times \frac{dV}{V} \\ - \int c_{HYD,u,i} \times W_{HYD,s,i} \times \frac{V \times e^{-V}}{\sigma k} \times \sigma k \\ \times \frac{dV}{V} \quad (18) \end{aligned}$$

Simplificando la expresión anterior se obtiene

$$\begin{aligned} E[C_{HYD,u,i}(W_{HYD,s,i}, V)] \\ = c_{HYD,u,i} \left[\int \sigma k \times \ln(V) \times e^{-V} dV \right. \\ \left. + \int \mu k \times e^{-V} dV \right. \\ \left. - \int W_{HYD,s,i} \times e^{-V} dV \right] \quad (19) \end{aligned}$$

Al resolver estas integrales se tiene como resultado:

$$\begin{aligned} E[C_{HYD,u,i}(W_{HYD,s,i}, V)] \\ = c_{HYD,u,i} [\sigma k \times (Ei(-V) - \ln(V) \times e^{-V}) \\ - (\mu k \times e^{-V}) + (W_{HYD,s,i} \times e^{-V})] \quad (20) \end{aligned}$$

donde Ei equivale a la Integral Exponencial, la cual es una función definida como:

$$Ei(x) = \int_{-\infty}^x \frac{e^t}{t} dt \quad (21)$$

Se reemplaza la variable V por la variable $W_{HYD,i}$ y los límites originales de la integral $W_{HYD,\infty,i}$ y $W_{HYD,s,i}$, después al evaluar la variable entre los límites de integración el resultado final para hallar el costo de penalización por subestimación es:

$$\begin{aligned} E[C_{HYD,u,i}(W_{HYD,s,i}, W_{HYD,\infty,i})] \\ = c_{HYD,u,i} \left\{ k\sigma \left[-e^{-e^{\left[\frac{(W_{HYD,\infty,i}/k) - \mu}{\sigma} \right]}} \ln \left(e^{\left[\frac{(W_{HYD,\infty,i}/k) - \mu}{\sigma} \right]} \right) \right. \right. \\ \left. \left. + Ei \left(-e^{\left[\frac{(W_{HYD,\infty,i}/k) - \mu}{\sigma} \right]} \right) \right] \right\} \\ + (\mu k - W_{HYD,s,i}) \left[-e^{-e^{\left[\frac{(W_{HYD,\infty,i}/k) - \mu}{\sigma} \right]}} \right] \\ - c_{HYD,u,i} \left\{ k\sigma \left[-e^{-e^{\left[\frac{(W_{HYD,s,i}/k) - \mu}{\sigma} \right]}} \ln \left(e^{\left[\frac{(W_{HYD,s,i}/k) - \mu}{\sigma} \right]} \right) \right. \right. \\ \left. \left. + Ei \left(-e^{\left[\frac{(W_{HYD,s,i}/k) - \mu}{\sigma} \right]} \right) \right] \right\} \\ + (\mu k - W_{HYD,s,i}) \left[-e^{-e^{\left[\frac{(W_{HYD,s,i}/k) - \mu}{\sigma} \right]}} \right] \quad (22) \end{aligned}$$

3.2 Costo de incertidumbre por sobrestimación

El siguiente costo de penalización se debe a la sobrestimación, en donde la potencia programada es mayor que la potencia disponible. La relación que permite calcular dicho costo se muestra en la ecuación (23).

$$\begin{aligned} E[C_{HYD,o,i}(W_{HYD,s,i}, W_{HYD,i})] \\ = \int_0^{W_{HYD,s,i}} c_{HYD,o,i}(W_{HYD,s,i} - W_{HYD,i}) \\ \cdot f_{W_{HYD}}(W_{HYD,i}) \cdot dW_{HYD,i} \quad (23) \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned} E[C_{HYD,o,i}(W_{HYD,s,i}, W_{HYD,i})] \\ = \text{Costo por sobrestimación en generador } i \end{aligned}$$

$c_{HYD,o,i}$
= coeficiente costo por sobrestimación del generador i

$W_{HYD,s,i}$ = Potencia estimada de despacho

Se reemplaza la función de densidad de probabilidad en la ecuación (22):

$$E[C_{HYD,o,i}(w_{HYD,s,i}, W_{HYD,i})] = \int_0^{w_{HYD,s,i}} c_{HYD,o,i}(W_{HYD,s,i} - w_{HYD,i}) \frac{e^{\left[\frac{(W_{HYD,i}/k)-\mu}{\sigma}\right]} e^{-e^{\left[\frac{(W_{HYD,i}/k)-\mu}{\sigma}\right]}}}{\sigma k} dW_{HYD,i} \quad (24)$$

De nuevo se realiza el mismo cambio de variable del caso anterior:

$$V = e^{\left[\frac{(W_{HYD,i}/k)-\mu}{\sigma}\right]} \quad (25)$$

$$dV = e^{\left[\frac{(W_{HYD,i}/k)-\mu}{\sigma}\right]} \frac{dW_{HYD,i}}{\sigma k} \quad (26)$$

$$W_{HYD,i} = \sigma k \times \ln(V) + \mu k \quad (27)$$

$$dW_{HYD,i} = \sigma k \frac{dV}{V} \quad (28)$$

Se logra obtener esta nueva integral

$$E[C_{HYD,o,i}(w_{HYD,s,i}, V)] = \int c_{HYD,o,i} \times w_{HYD,s,i} \times \frac{V \times e^{-V}}{\sigma k} \times \sigma k \times \frac{dV}{V} - \int c_{HYD,o,i} (\sigma k \times \ln(V) + \mu k) \times \frac{V \times e^{-V}}{\sigma k} \times \sigma k \times \frac{dV}{V} \quad (29)$$

Al resolver estas integrales se obtiene

$$E[C_{HYD,o,i}(w_{HYD,s,i}, V)] = c_{HYD,o,i} [(\mu k \times e^{-V}) - \sigma k \times (Ei(-V) - \ln(V) \times e^{-V}) - (w_{HYD,s,i} \times e^{-V})] \quad (30)$$

Repitiendo el mismo proceso de cambio de variables originales y evaluando en los límites de integración $w_{HYD,s,i}$ y 0 similar al caso anterior, la ecuación para hallar el costo por sobreestimación es:

$$E[C_{HYD,o,i}(w_{HYD,s,i}, W_{HYD,i})] = c_{HYD,o,i} \left\{ (w_{HYD,s,i} - \mu k) \left[-e^{-e^{\left[\frac{(W_{HYD,s,i}/k)-\mu}{\sigma}\right]}} \right] - k\sigma \left[-e^{-e^{\left[\frac{(W_{HYD,s,i}/k)-\mu}{\sigma}\right]}} \ln \left(e^{\left[\frac{(W_{HYD,s,i}/k)-\mu}{\sigma}\right]} \right) + Ei \left(-e^{\left[\frac{(W_{HYD,s,i}/k)-\mu}{\sigma}\right]} \right) \right] \right\} - c_{HYD,o,i} \left\{ (w_{HYD,s,i} - \mu k) \left[-e^{-e^{\left[\frac{(0/k)-\mu}{\sigma}\right]}} \right] - k\sigma \left[-e^{-e^{\left[\frac{(0/k)-\mu}{\sigma}\right]}} \ln \left(e^{\left[\frac{(0/k)-\mu}{\sigma}\right]} \right) + Ei \left(-e^{\left[\frac{(0/k)-\mu}{\sigma}\right]} \right) \right] \right\} \quad (31)$$

4. Validación de formulación analítica con simulación de Monte Carlo

Para la validación de la formulación matemática propuesta se plantea realizar una simulación de Monte Carlo. En el código de validación utilizado, adjunto en el anexo uno de este artículo, se encuentra un ejemplo numérico de estos costos de subestimación y sobreestimación hallados analíticamente (formulas 23 y 30), comparados con los costos hallados con simulación de Monte Carlo.

Para esto se generaron quinientos mil distintos valores de caudal siguiendo la función de densidad de probabilidad Gumbell y hallando las potencias que generaban cada uno de estos caudales. Cada potencia generada se comparaba con la potencia estimada y se multiplicaba con su respectivo factor de estimación o sobreestimación dependiendo si esta potencia era mayor o menor. Los valores de las variables que se utilizaron en las formulas anteriores se muestran en la Tabla 1, correspondientes a valores típicos de pequeñas centrales hidroeléctricas.

De esta manera se pueden obtener los histogramas para el caudal, la potencia generada, los costos por sobreestimación, subestimación y costo de incertidumbre para los diferentes escenarios de la simulación de Monte Carlo (Figuras 1 a 5).

Tabla 1. Valores de las variables utilizadas en las simulaciones

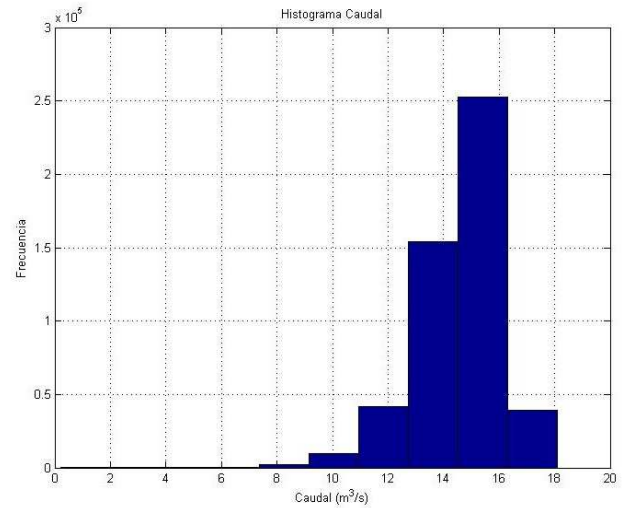
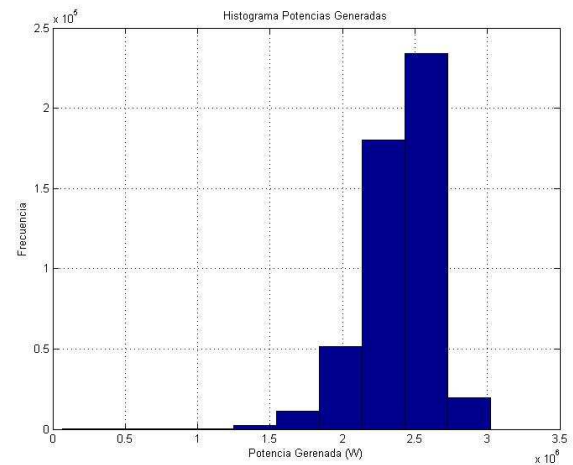
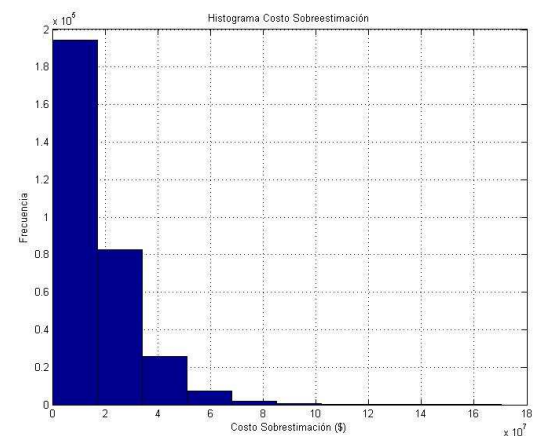
Var.	Descripción	Valor Numérico	Unidad
ρ	Densidad del agua	1000	Kg/m ³
η_t	Eficiencia de la turbina hidráulica	0.9	-----
η_g	Eficiencia del generador eléctrico	0.95	-----
η_m	Eficiencia del acople mecánico turbina-generador	0.98	-----
h	Altura de la presa	20	m
μ	Valor promedio del caudal	15.23	m ³ /s
Σ	Desviación media estándar del caudal	1.15	m ³ /s
C_u	Coefficiente subestimado	costo 30	\$/MW
C_o	Coefficiente sobrestimación	costo 70	\$/MW

La comprobación se realizó para un solo valor numérico de la potencia programada, para este caso 2.5 MW, obteniéndose los siguientes costos por incertidumbre para el caso analítico (suma de fórmulas 22 y 31) y simulación de Monte Carlo (valor esperado de la Figura 5), obteniéndose un error del menos de uno por ciento (0.0615 %):

$$\text{Costo_Analitico (\$)} = 1.1663\text{e}+07$$

$$\text{COSTOESPERADO_Montecarlo (\$)} = 1.1656\text{e}+07$$

Adicionalmente, se procedió a realizar un análisis de sensibilidad con el fin de determinar la variación del costo de incertidumbre con el valor de la potencia programada. El análisis realizado va orientado a pequeñas centrales hidroeléctricas (PCHs), cuyo rango de generación de potencia se encuentra entre 500 kVA y 5 MVA. Se tomaron valores de potencia que se encontraran entre dichos límites y con el programa que se usó anteriormente se procedió a determinar los costos de incertidumbre mediante los dos métodos. En la Figura 6 se encuentran la gráfica que muestra el comportamiento de los costos ante cambios en la potencia programada.

**Figura 1. Distribución de caudal.****Figura 2. Distribución de potencia generada.****Figura 3. Distribución costo sobrestimación**

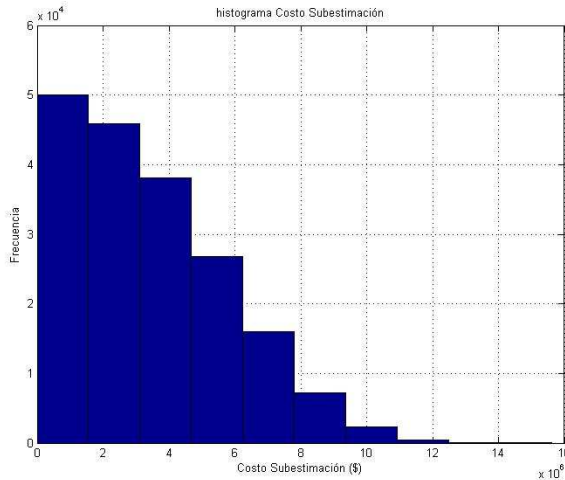


Figura 4. Distribución costo Subestimación.

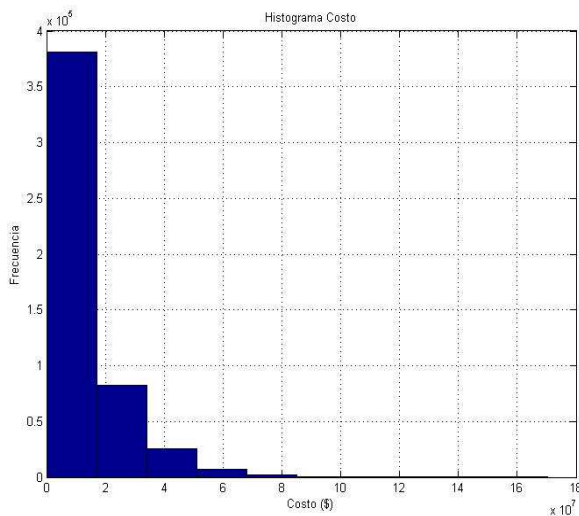


Figura 5. Distribución costo de incertidumbre.

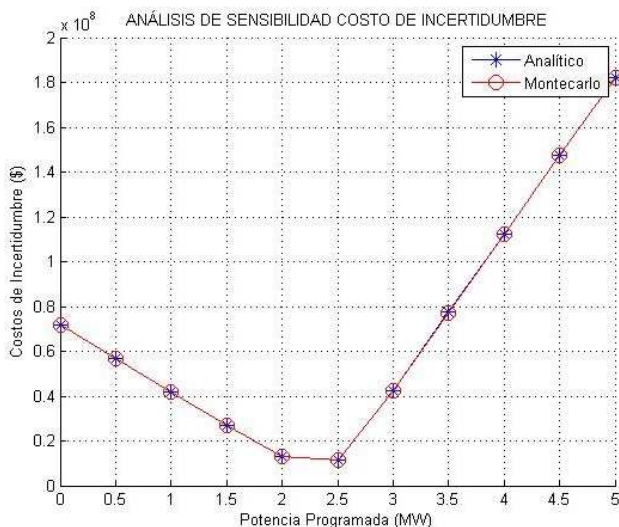


Figura 6. Análisis de Sensibilidad para el costo de incertidumbre en términos de la potencia programada.

En el análisis de sensibilidad mostrado en la Figura 6, es posible apreciar un comportamiento parabólico del costo de incertidumbre. Este comportamiento indica que el costo disminuirá a medida que crece la potencia programada en la pequeña central hidroeléctrica hasta alcanzar un mínimo, después de ese mínimo el costo de incertidumbre se incrementará a medida que aumenta la potencia programada. En primera instancia, se podría pensar que el despacho de la PCH correspondería al mínimo mencionado, pero en un problema de despacho económico integral puede ser que a la red le convenga que el nodo donde está la PCH despache un valor diferente al del costo de incertidumbre mínimo.

5. Conclusión

Este artículo propone una formulación matemática para modelar el costo de incertidumbre en la operación de una pequeña central hidroeléctrica, partiendo de las formulaciones propuestas para sistemas solares y eólicos. Esta formulación puede ser agregada en las funciones objetivo de la operación de las microgrids y obtener puntos de operación que más le convenga a la red desde el punto de vista económico y técnico.

La importancia de la formulación propuesta se debe a que en el futuro próximo los sistemas de potencia tendrán una alta penetración de energías renovables y generación distribuida (por ejemplo, mediante PCHs). Este tipo de energía tiene asociada una alta incertidumbre debido a la naturaleza de la fuente primaria de energía. Las primeras aproximaciones de sistemas con mayoría de energías renovables serán las microgrids. Para operar estos sistemas, los operadores de red deberán contar con herramientas que determinen los mejores puntos de operación para la red de las fuentes renovables. Esas herramientas de optimización deben considerar la naturaleza de las fuentes y por ende modelar de alguna manera la incertidumbre asociada. De esta manera la formulación propuesta da una herramienta para valorar el costo de incertidumbre específicamente cuando estamos hablando de generación distribuida mediante PCHs.

Anexo 1. Código de Validación

```
%% Codigo Articulo:
%% Formulación de Funciones de Costo de
Incetidumbre en Pequeñas
Centrales Hidroeléctricas dentro de una
Microgrid
```

```
%% Ferney Sadid Molina Sanchez
%% Sergio Jair Pérez Sichacá
%% Sergio Raúl Rivera Rodriguez
```

```
clear
clc
```

```
%Q=caudal
%u=valor promedio de caudal
%s=desviacion media cuadratica
%p=densidad agua
%nt=eficiencia_turbina
%ng=eficiencia_generator
%nm=eficiencia_acople_turbina_generator
%h=altura_presa
```

```

N=500000;    %numero de pruebas

p=1000;      %p=densidad agua
nt=0.9;      %nt=eficiencia_turbina
ng=0.95;     %ng=eficiencia_generador
nm=0.98;
%nm=eficiencia_acople_turbina_generador
h=20;        %h=altura_presa
mu=15.23;    %mu=valor promedio
sig=1.15;    %sig=desviacion media cuadratica

Ps=2.5e6;    %potencia estimada
Cu=30;       %coeficiente costo subestimado
Co=70;       %coeficiente costo sobreestimado

Winf=3e6;    %potencia máxima
Wa=Ps;
%Wa=Ps=Potencia_programada_despacho_económico

u=mu;
s=sig;

k=9.81*p*nt*ng*nm*h;

%% costo subestimación

Cua=Cu*(k*s*(-exp(-exp(((Winf/k)-u)/s))...
+ei(-exp(((Winf/k)-u)/s)))+(u*k-Wa)*(-exp(-
exp(((Winf/k)-u)/s)))...
-Cu*(k*s*(-exp(-exp(((Wa/k)-u)/s))...
+ei(-exp(((Wa/k)-u)/s)))+(u*k-Wa)*(-exp(-
exp(((Wa/k)-u)/s)))))

%% costo sobreestimación

Coa=Co*(Wa-u*k)*(-exp(-exp(((Wa/k)-u)/s)))-
k*s*(-exp(-exp(((Wa/k)-u)/s))...
*log(exp(((Wa/k)-u)/s))+ei(-exp(((Wa/k)-
u)/s)))-Co*(Wa-u*k)*...
(-exp(-exp(((0/k)-u)/s)))-k*s*(-exp(-
exp(((0/k)-u)/s)))*...
log(exp(((0/k)-u)/s))+ei(-exp(((0/k)-u)/s)))

Costo_Analitico=Cua+Coa

%% costo montecarlo

CU=[];
CO=[];
W=[];
ii=1;
iii=1;

for i=1:N

    Q(i)=evrnd(mu,sig);

    W(i)=Q(i)*k;

    if(Ps<W(i))
        CU(ii)=Cu*(W(i)-Ps);
        ii=ii+1;
    else
        CO(iii)=Co*(Ps-W(i));
        iii=iii+1;
    end
end

```

```

figure(1)
hist(W)
title('Histograma Potencias Generadas')

figure(2)
hist(Q)
title('Histograma Caudal')

figure(3)
hist(CO)
title('Histograma Costo Sobreestimación')

figure(4)
hist(CU)
title('Histograma Costo Subestimación')

figure(5)
Costo=[CU CO];
hist(Costo)
title('Histograma Costo')

COSTOESPERADO_Montecarlo=mean(Costo)

```

6. Referencias

- [1] M. Hashempour, J. Savaghebi, J. Vasquez y J. Guerrero, «A Control Architecture to Coordinate Distributed Generators and Active Power Filters Coexisting in a Microgrid,» IEEE Transactions on Smart Grid, vol. 7, n° 5, pp. 2325-2336, 2016.
- [2] F. Dörfler, J. Simpson-Porco y F. Bullo, «Breaking the Hierarchy: Distributed Control and Economic Optimality in Microgrids,» IEEE Transactions on Control of Network Systems, vol. 3, n° 3, pp. 241-253, 2016.
- [3] S. Rivera, A. Farid y K. Youcef-Toumi, «A multi-agent system transient stability platform for resilient self-healing operation of multiple microgrids,» de Innovative Smart Grid Technologies Conference (ISGT), 2014 IEEE PES, Washington, DC, 2014.
- [4] S. Rivera, A. Farid y K. Youcef-Toumi, «An Intelligent Multi-Agent Based Architecture for Resilient Self-Healing Operation of Multiple Microgrids,» de Industrial Agents: Emerging Applications of Software Agents in Industry, Amsterdam, Elsevier, 2015, pp. 269-286.
- [5] T. Chang, «Investigation on Frequency Distribution of Global Radiation Using Different Probability Density Functions,» International Journal of Applied Science and Engineering, vol. 8, n° 2, pp. 99-107, 2010.
- [6] J. Hetzer, D. Yu y K. Bhattachai, «An Economic Dispatch Model Incorporating Wind Power,» IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 23, n° 2, pp. 603-611, 2008.
- [7] V. Nava, R. Fabelo y J. Romero, «Automatización de procesos en la administración de energía eléctrica en el área residencial,» INGENIERIAS USBMED, vol. 6, n° 1, pp. 13-23, 2015.
- [8] J. Coello, S. Pool y R. Fabelo, «Control difuso de STATCOM para la regulación del factor de potencia en una red eléctrica,» INGENIERIAS USBMED, vol. 4, n° 2, pp. 55-61, 2013.
- [9] S. Haddi y T. Bouktir, «Economic/Emission dispatch including wind power using ABC-Weighted-Sum,» International Journal of Engineering and Technical Research (IJETR), vol. 3, n° 10, pp. 61-66, 2015.
- [10] Y. Yao, W. Gao, J. Momoh y E. Muljadi, «Economic Dispatch for Microgrid Containing Electric Vehicles via Probabilistic Modeling,» de North American Power Symposium, Charlotte, North Carolina, October 4-6, 2015.
- [11] R. Montanari, «Criteria for the economic planning of a low power hydroelectric plant,» Renewable Energy, vol. 28, pp. 2129-2145, 2003.
- [12] P. Cabus, «River flow prediction through rainfall-runoff modelling with a probability-distributed model (PDM) in Flanders, Belgium,» Agricultural Water Management, vol. 95, n° 7, pp. 859-868, 2008.
- [13] N. Mujere, «Flood Frequency Analysis Using the Gumbel Distribution,» International Journal on Computer Science and Engineering (IJCSE), vol. 3, n° 7, pp. 2774-2778, 2011.