

Análisis del criterio de dominancia estocástica (DE) para divisas: aplicación al portafolio de reservas internacionales colombiano *

*Analysis of stochastic dominance (SD) criterion for currency.
Application to Colombian foreign reserves portfolio*

*Análise do critério de dominância estocástica (DE) para divisas.
Aplicação de portfolio de reservas internacionais colombiano*

ÉDGAR ALEJANDRO FAJARDO ZULUAGA

Economista de la Universidad de San Buenaventura Cali, con formación en cátedra bursátil de la UAO-BVC.

alejo.fajardo@hotmail.com

LUIS GUILLERMO HERRERA CARDONA

Master of Science in Finance, Master en Bolsa y Mercados Financieros (C). Docente, investigador y consultor. Director científico y de investigaciones en Global Capital Management. Analista de mercados financieros. Catedrático en las áreas financiera y cuantitativa.

herreracardona@gmail.com

Puede citar el presente artículo así: / To reference this article: Fajardo, E. A. y Herrera, L. G. (2013). Análisis del criterio de Dominancia Estocástica (DE) para divisas. Aplicación al portafolio de reservas internacionales colombiano. *Gestión & Desarrollo*, 10 (1), pp.37-53.

* Este documento es un resumen del proyecto de grado para optar al título de economista de la Universidad de San Buenaventura Cali. Este trabajo contó con la asesoría del profesor Luis Guillermo Herrera, quien en esta ocasión es coautor.

Resumen

El presente trabajo consiste en la aplicación del criterio de dominancia estocástica para las divisas que conforman el portafolio de reservas internacionales colombiano, constituidas por el dólar, el euro y el yen, con el fin de identificar el nivel de riesgo asociado a cada divisa dentro de la cartera. En el desarrollo del estudio se encuentra que el yen domina estocásticamente en los tres órdenes a las otras dos divisas. Esta investigación sirve como aporte al fortalecimiento del estudio de modelos de riesgo incertidumbre aplicados al mercado financiero colombiano, debido a que los modelos de riesgo usados en divisas han redundado en el criterio de la media y la varianza expuesto por Markowitz.

Palabras clave: Dominancia estocástica, volatilidad, riesgo, divisas, función de distribución de probabilidad acumulada.

Abstract

The present work is the application of the stochastic dominance criterion for foreign currencies that make up the Colombian international reserves portfolio, which are the US dollar, the euro and the yen, in order to identify the risk level associated with each foreign currency within the portfolio. In the development of the study, the yen stochastically dominates in the three levels over the other two currencies. This research is a contribution to strengthen the study of uncertainty risk models applied to the Colombian financial market, because the risk models used in foreign currencies have resulted in the average criterion and the variance presented by Markowitz.

Keywords: Stochastic Dominance, volatility, risk, foreign currency, cumulative probability distribution function.

Resume

O presente trabalho consiste na aplicação do critério de Dominância Estocástica para as divisas que conformam o portafolio de reservas internacionais colombiano, as quais são o dólar, o euro e o lene, com o fim de identificar o nível de risco associado a cada divisa dentro da carteira. No desenvolvimento do estudo se encontra que o lene domina estocásticamente nas três ordens ás outras divisas. Esta pesquisa serve como suporte ao fortalecimento do estudo de modelos de riscos incertezas aplicadas ao mercado financeiro colombiano, devido a que os modelos de risco usados em divisas tem redundado no critério da media e a varianza expostos por Markowitz.

Palavras chaves: Dominância estocástica, volatilidade, risco, função de distribuição de probabilidade acumulada.

Fecha de presentación: junio de 2013

Fecha de aceptación: septiembre de 2013

Introducción

El modelo de dominancia estocástica (DE) permite evaluar la cuestión del riesgo desde una perspectiva estadística más profunda. En específico, consiste en una metodología estadística basada en las distribuciones de probabilidad y en las funciones de probabilidad acumulada de las variables aleatorias, las cuales pueden ser de tipo económico o financiero. Para este caso, se trabajará con base en los rendimientos de las divisas dólar, euro y yen que conforman el portafolio de reservas internacionales de Colombia.¹ El enfoque permite definir mediante análisis de pares, qué atributo domina estocásticamente al otro, en aras de tomar una decisión de elección objetiva en función del riesgo (volatilidad).

El criterio de dominancia estocástica muestra una versatilidad interesante dados sus múltiples usos, pues ha sido utilizado en diversas áreas de la economía y las finanzas. Algunos de estos estudios han versado sobre la medición de la desigualdad económica (Salas, 2001), la medición de la desigualdad ocupacional (Contreras y Macías, 2002), el análisis de reformas fiscales (Contreras y Macías, 2008), la selección de activos financieros para inversión (Berggrun y Camacho, 2009), los estudios de pobreza (Mancilla 2006), la distribución de ingresos (Torres y Ponce,

2009), el empleo (Moral, 2007) y la evaluación del riesgo para portafolios de inversión (Johnson, 2000), entre otros. No obstante, el abordaje de este enfoque en el análisis de divisas no se conoce. En este sentido, se podría explorar el desempeño del modelo ya que en los rendimientos de las divisas se presentan los cuatro hechos estilizados² característicos de los activos financieros expuestos por Alonso y Arcos (2006).

De esta manera, se hace necesario examinar la aplicación del modelo en este aspecto, dado que los análisis de selección en ambientes de incertidumbre convencionales son llevados a cabo a partir del criterio de la media y la varianza expuesto por Markowitz desde 1952. Así las cosas, se podría estar al frente de lo que sería una nueva adaptación del criterio de dominancia estocástica al campo de la economía financiera, en particular al mercado financiero de divisas. Más aún, el estudio sería de gran utilidad en aras de aportar en la comprensión, el desarrollo y el crecimiento del mercado colombiano, pues para nadie es un secreto que en esta materia se carece de tratados objetivos, formales y técnico-científicos de mercados y de estudios que aborden la importancia de los modelos de elección aplicados a las economías en desarrollo (Glasser, 1999) a partir de la racionalidad, el enfoque de la precaución y el del objetivo mercantilista.³

1. Para este estudio, las variables aleatorias y las distribuciones de probabilidad acumulada serán los rendimientos de los precios de las divisas antes expuestas.
2. Los cuatro hechos estilizados característicos de los rendimientos de los activos y las divisas dan lugar al tratamiento de variables aleatorias y funciones de probabilidad para representar las características de sus distribuciones, lo que implica que se pueda llevar a cabo un análisis estadístico de dominancia (véase, Alonso y Berggrun, 2008).
3. Argumento basado en la paradoja de Ellsberg, ilustrada en la teoría de la elección racional.

Como ya se mencionó, en este documento se estudiará la relación de dominancia estocástica en las divisas que componen el portafolio de reservas internacionales de Colombia (el dólar, el euro y el yen), con el fin de identificar el nivel de riesgo entre las monedas y establecer un orden jerárquico entre ellas con base en su volatilidad. De igual manera, se contrastarán los resultados con un análisis coyuntural.

De acuerdo con el proceso de desarrollo del modelo, el test de DE se aplicará a los tres conjuntos de pares posibles, a saber, dólar-euro, euro-yen y dólar-yen, con el objeto de analizar el comportamiento de las divisas ya mencionadas y tomar una decisión de inversión.

En la primera parte se definirá el concepto de dominancia estocástica, se hará una revisión bibliográfica sobre el modelo en cuestión y sus aplicaciones en otras áreas de la economía y se comentará todo lo concerniente a sus ventajas y desventajas. En la segunda parte, se presentará el modelo para Colombia y en la tercera se mostrarán los resultados obtenidos a partir del modelo. Por último, se harán unos comentarios finales.

Marco teórico

Criterio de dominancia estocástica

Hasta ahora se han analizado medidas de aversión al riesgo en activos subyacentes en una economía en la cual solo existe un activo riesgoso. Como se explicó anteriormente, se desea introducir –bajo la elección de incertidumbre– el modelo de DE que busca obtener la mejor elección de un activo sobre otro basado en las funciones de probabilidad de los retornos, o en este caso, de los rendimientos de las divisas. La aplicación del método de DE al análisis de inversión de productos–

mercados fue propuesto por Mahajan, Wind y Bradford (1982).

El criterio de dominancia estocástica es un factor de elección entre alternativas, según la cual una es más favorable que otra si su distribución de probabilidad acumulada es menor o igual que la de la otra opción considerada. Es decir, si denotamos como F y G a las distribuciones acumuladas (funciones de probabilidad) de los activos riesgosos A y B (por simpleza, asumimos que el dominio de los retornos r_A y r_B es $[0,1]$), entonces

$$F(v) = P(r_A \leq v) \int_0^v f(z) dz \quad (\text{Ecuación 1})$$

$$G(v) = P(r_B \leq v) \int_0^v g(z) dz \quad (\text{Ecuación 2})$$

La dominancia estocástica puede caracterizarse como una serie de criterios mínimos sobre las propiedades estocásticas de los retornos que nos aseguren:

$$E_F(U(r_A)) > E_G(U(r_B)) \quad (\text{Ecuación 3})$$

Existen tres tipos de dominancia estocástica: de primer orden (DEP), de segundo orden (DES) y de tercer orden (DET). La regla de la dominancia estocástica requiere que la primera derivada de la función de utilidad (Glasser, 1999) sea positiva; es decir, implica una función de utilidad creciente, pero permite que se dé una preferencia al riesgo (convexa), una indiferencia al riesgo (lineal) o una aversión al riesgo (cóncava) (Marten, 1987).

Dominancia estocástica de primer orden (DEPO)

De acuerdo con Kiguel (2009), esta regla sirve para ordenar, de modo consistente, activos

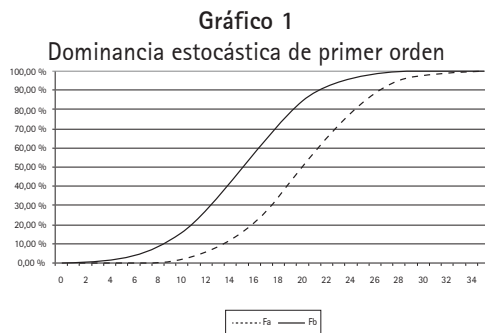
riesgosos en individuos que prefieran más riqueza a menos riqueza ($U' > 0$), tal y como se expresa en las ecuaciones 4 y 5:

$$\int_0^1 F(v) dU(v) \geq - \int_0^1 G(v) dU(v)$$

$$\int_0^1 (G(v) - F(v)) dU(v) \geq 0 \quad (\text{Ecuación 4})$$

$$\quad (\text{Ecuación 5})$$

Se puede demostrar que $G(V) \geq F(V)$ es también condición necesaria. Por lo tanto, se puede afirmar $A \geq B$ si y solo si $G(V) \geq F(V)$. Como se puede apreciar en el Gráfico 1, encontramos que sus curvas no se cruzan, presentando así dominancia estocástica de primer orden.



Dominancia estocástica de segundo orden (DESO)

La dominancia estocástica de segundo orden escalafona a todos los individuos que prefieran más o menos riqueza ($U' > 0$) y sean adversos o neutrales al riesgo ($U'' \leq 0$).

El criterio de dominancia estocástica de segundo orden está preponderantemente relacionado con la dispersión de los retornos (se comparan distribuciones de la misma media).

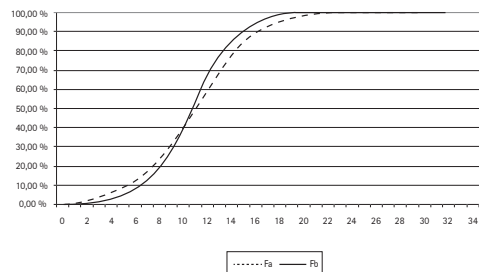
Se dice que A domina estocásticamente en segundo orden a B si

$$\int_0^1 (G(z) - F(z)) dz \geq 0 \text{ y se denota } A \geq B \text{ SSD}$$

donde F y G son las funciones de probabilidad acumuladas para A y B respectivamente,

denotando así la suficiencia y contrastando la evidencia de DESO con el Gráfico 2.

Gráfico 2
Dominancia estocástica de segundo orden



Dominancia estocástica de tercer orden (DETO)

Sean F_A y F_B las funciones de distribución acumuladas de dos diferentes inversiones A y B. Se presenta dominancia de tercer orden si y solo si:

$$\int_0^1 \int_0^1 (F_B(v) - F_A(v)) dt dz \geq 0 \quad (\text{Ecuación 6})$$

y hay al menos una desigualdad estricta. De forma equivalente, A domina a B en el tercer orden si y solo si:

$$E_A(v) \geq E_B(v)$$

para toda la función no decreciente cóncava de U con sesgo positivo (Berenson, *et al.*, 2001).

Aplicación del modelo de DE en otros campos de la economía

Los estudios de dominancia estocástica para algunas variables han convergido en resultados significativos para su entendimiento y desarrollo. En esta vía, Salas (2001) enfoca el estudio de la economía del bienestar con base en los parámetros de la dominancia estocástica, presenta al respecto un conjunto de axiomas, registra los valores o juicios éticos que subyacen a la desigualdad y resalta la diferencia en conceptos relaciona-

dos, como son la pobreza, la polarización, la movilidad, la redistribución y la forma como son abordados (Kolm, 1969; Atkinson, 1970 y Sen, 1973). De acuerdo con lo anterior, el resultado de esta investigación muestra de manera ordenada y precisa los juicios éticos o normativos que directa o indirectamente han influenciado estudios anteriores a la desigualdad.

Otros trabajos importantes en cuanto a la aplicación de pruebas de dominancia estocástica con respecto a la desigualdad, son los de Jenkins y Lambert (1997,1998) y recientemente los de Davidsons y Duclos (2000) y Makdissi (2001).

Por el lado de la economía del bienestar, se ha llevado a cabo un estudio de la dominancia estocástica en las ofertas salariales y la probabilidad de empleo (Moral, 2007), en el que a partir de la ambigüedad de la oferta salarial, se enfatiza el modelo de aversión al riesgo al momento de elegir una opción y se analizan los efectos de su probabilidad de empleo (Rogerson *et al.*, 2005).

También se han hecho estudios sobre reformas fiscales y su impacto en las economías, a través del modelo de DE en los que se enfoca el conjunto de decisiones de acuerdo con los análisis de desigualdad y los criterios de curva de Lorenz (Lorenz,1905) que permiten comparar las distribuciones de renta a las que dan lugar las reformas fiscales, las cuales se contrastan con las mediciones de variables-riesgo y el principio de transferencias de Pigou-Dalton (1912). Como complemento, cabe resaltar los trabajos de Shorrocks y Foster (1987), Dardanoni y Lambert (1988) y Davies y Hoy (1994,1995), quienes enfatizan en el test de dominancia estocástica de tercer orden y en la explicación de los conceptos (Cortés, 2002).

Ahora bien, se ha elaborado un estudio bastante extenso de la aplicación del modelo de

DE, pero no se ha implementado de manera determinante como eje de trabajo en la economía financiera y en los diferentes mercados financieros, incluido el colombiano. Sin embargo, se tiene el trabajo de Berggrun y Camacho (2009), quienes abordan la materia a partir de la creación de portafolios de inversión con las opciones que ofrecen los fondos de pensiones voluntarias en Colombia. Por medio de portafolios basados en las tesis de Markowitz (1952), se sondean diversas alternativas de inversión (en los estudios de Berggrun y Camacho son las que ofrece el fondo de pensiones voluntarias de *Skandia*), de acuerdo con el nivel de aversión al riesgo de cada inversionista y la volatilidad de cada activo de inversión. En este estudio, Berggrun y Camacho muestran para cada individuo con su perfil de riesgo, los conjuntos de duplas sobre las cuales deberían armar su portafolio de inversión, de esta manera se daría prioridad a los resultados donde los activos con igual media dominarán a aquellos con menor varianza (volatilidad). Aunque es el estudio más cercano en lo concerniente a modelos estocásticos y de riesgo en activos financieros en Colombia, cabe resaltar que se enfoca en el método de media-varianza, usando tangencialmente el modelo de DE, sin enfatizar en él.

Ventajas y desventajas de los modelos de dominancia estocástica

Además de las comunes a los métodos financieros, las principales ventajas del criterio de dominancia estocástica se dan en relación con el método de la media-varianza de Markowitz (1952) y buscan solventar sus inconvenientes y limitaciones, las cuales residen en el hecho de que la media varianza es óptima si la función de utilidad es cuadrática y las distribuciones de probabilidad de las rentabilidades son normales. Según Marten (1987), las hipótesis difícilmente se

pueden aplicar a la realidad, ya que implican una aversión al riesgo absoluto creciente y no tienen la asimetría o *skewness* de las distribuciones de probabilidad. Por ende, el modelo de dominancia estocástica tiene en cuenta las variables de rentabilidad y riesgo, evalúa los activos financieros y permite el análisis de diferentes planes alternativos de asignación de recursos. Además, comprende el efecto de la rentabilidad y el riesgo de los activos financieros en los distintos cambios en su composición.

En lo tocante a los inconvenientes, estos apuntan a que el criterio de dominancia estocástica se basa solamente en el análisis de las distribuciones de probabilidad de una variable económica o financiera y no considera factores tan importantes como el atractivo del mercado, la cuota de mercado, las posibles reacciones de la competencia y la presencia de sinergias distintas de las financieras.

Modelo empírico

Para el análisis del modelo de DE en divisas, se escogieron aquellas que conforman el portafolio de reservas internacionales de Colombia: el dólar, el euro y el yen.⁴ Para ello, se recolectaron datos desde el 2 de enero del 2009 hasta el 31 de diciembre de 2012.

Para hacer comparable el estudio, se llevó a cabo una conversión de los precios de las divisas a pesos colombianos para facilitar su posterior análisis numérico.

Descripción de las variables

En los términos del modelo y para el caso del par dólar-euro, se dirá que el dólar domina-

rá estocásticamente al euro en primer orden (DEPO) si y solo si $F[\text{euro}_n] \geq F[\text{USD}_n]$, para todo n , existiendo al menos una desigualdad estricta. Para el caso del par euro-yen, se dirá que el yen domina al euro si y solo si $F[\text{euro}_n] \geq F[\text{yen}_n]$. De manera análoga, se dará para el par dólar-yen, en donde se presentará dominancia por parte del dólar si y solo si $F[\text{yen}_n] \geq F[\text{USD}_n]$, de acuerdo con las premisas de la dominancia estocástica de primer orden apartado. Así:

$$F_1(\text{USD}_n) = \sum_{i=1}^n f(\text{USD}_i) \quad \text{(Ecuación 7)}$$

$$F_1(\text{EURO}_n) = \sum_{i=1}^n f(\text{EURO}_i) \quad \text{(Ecuación 8)}$$

$$F_1(\text{YEN}_n) = \sum_{i=1}^n f(\text{YEN}_i) \quad \text{(Ecuación 9)}$$

$$n=1, 2, 3, \dots, N$$

La segunda regla de dominancia estocástica (DESO) y de acuerdo con la secuencia del trabajo, la distribución g_x dominará la distribución f_x , si y solo si $F_2(\text{USD}_n) \geq G_2(\text{YEN}_n)$, para todo n existiendo al menos una desigualdad estricta (en el caso del par de datos dólar-yen). De igual manera, operará para los otros dos pares euro-dólar y euro-yen.

$$F_2(\text{USD}_n) = \sum_{i=2}^n F_1[(\text{USD}_{i-1})(\text{USD}_i - \text{USD}_{i-1})] \quad \text{(Ecuación 10)}$$

$$F_2(\text{EURO}_n) = \sum_{i=2}^n F_1[(\text{EURO}_{i-1})(\text{EURO}_i - \text{EURO}_{i-1})] \quad \text{(Ecuación 11)}$$

$$F_2(\text{YEN}_n) = \sum_{i=2}^n F_1[(\text{YEN}_{i-1})(\text{YEN}_i - \text{YEN}_{i-1})] \quad \text{(Ecuación 12)}$$

$$n = 2, 3, \dots, N$$

Finalmente, según la tercera regla de dominancia estocástica (DETO), la distribución

4. Actualmente, las reservas internacionales de Colombia tienen como principal componente las inversiones de corto plazo representadas en depósitos y títulos valores en el exterior. (Ver, <http://www.banrep.gov.co/economia/consultas-reservas4.htm>).

g_x dominará la distribución $f_{x'}$ si y solo si $F_3(EURO_n) \geq G_3(YEN_n)$ para todo n , existiendo al menos una desigualdad estricta. De igual manera, operará para los otros dos pares euro-dólar y dólar-yen.

$$F_3(EURO_n) = \frac{1}{2} \sum_{i=2}^n F_2 [(EURO)_i + F_2(EURO_{i-1})(EURO - EURO_{i-1})] \quad \text{(Ecuación 13)}$$

$$F_3(USD_n) = \frac{1}{2} \sum_{i=2}^n F_2 [(USD)_i + F_2(USD_{i-1})(USD - USD_{i-1})] \quad \text{(Ecuación 14)}$$

$$F_3(YEN_n) = \frac{1}{2} \sum_{i=2}^n F_2 [(YEN)_i + F_2(YEN_{i-1})(YEN - YEN_{i-1})] \quad \text{(Ecuación 15)}$$

$$n = 2, 3, \dots, N$$

Donde:

F[USD]: distribución de probabilidad acumulada de los rendimientos del dólar en función del peso colombiano.

F[euro]: Distribución de probabilidad acumulada de los rendimientos del euro en función del peso colombiano.

F[yen]: Distribución de probabilidad acumulada de los rendimientos del yen en función del peso colombiano.

Resultados

Escenario 1: USD-euro

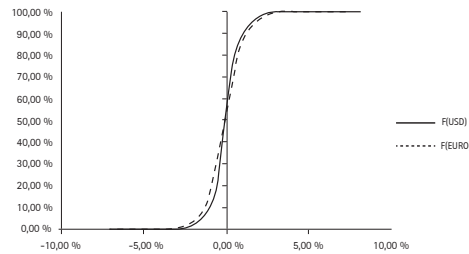
Para este primer par de estudio se efectúa el test de dominancia estocástica de segundo orden tanto para los rendimientos del dólar como para los rendimientos del euro. De acuerdo con los tres tipos de dominancia estocástica ya mencionados y al analizar sus distribuciones de probabilidad, se obtienen los resultados siguientes:

Como se puede apreciar en el Gráfico 3, se da un entrecruzamiento entre las distribuciones de los rendimientos de las divisas dólar y euro para el test de dominancia estocástica de primer orden, lo que significa que no

existe DEPO entre estas divisas y por consiguiente es indiferente invertir en una u otra, según lo expuesto en el apartado "Dominancia estocástica de primer orden".

Gráfico 3

Pruebas de dominancia estocástica de primer orden (DEPO) USD-euro

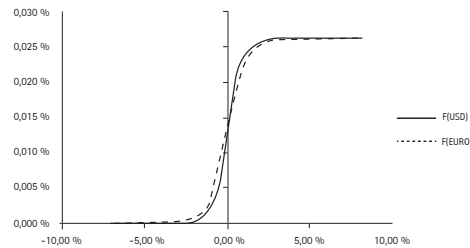


Los resultados evidencian que al momento de invertir, al individuo le es indiferente elegir entre dólar y euro. También es necesario tener en cuenta que el test de DEPO no siempre es preponderante; para ello se contrasta con las demás pruebas.

Entretanto, al aplicar para las divisas en estudio el test de DESO, se puede observar en el Gráfico 4 que se da un entrecruzamiento, con lo cual se confirma que la DESO tiene en cuenta aspectos distributivos (Pigou-Dalton, 1912). Con base en lo mencionado en el apartado "Dominancia estocástica de segundo orden" cabe afirmar que el euro domina estocásticamente en segundo orden al dólar. Así, la divisa menos riesgosa para inversión según el criterio de DESO es el euro.

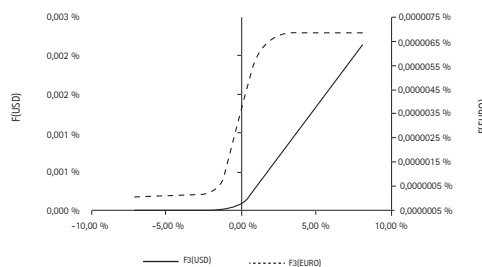
Gráfico 4

Pruebas de dominancia estocástica de segundo orden (DESO) USD-euro



Para el último escenario de prueba, se nota la dominancia estocástica de tercer orden de manera más marcada. En el Gráfico 5 se evidencia el no entrecruzamiento (se mantiene la condición del test anterior, donde $F_{USD} \geq F_{EURO}$), por consiguiente el euro domina al dólar de acuerdo con las condiciones nombradas en el apartado "Dominancia estocástica de tercer orden", razón por la cual se puede inferir que en términos de riesgo el euro es menos volátil que el dólar. Se mantiene la dominancia presentada en la aplicación anterior y se sigue la tesis de que el activo financiero menos riesgoso es el euro.

Gráfico 5
Pruebas de dominancia estocástica de tercer orden (DETO) USD-euro

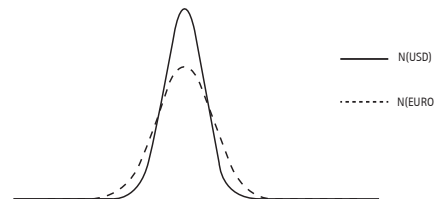


Al observar el Gráfico 6 en el cual se muestran las distribuciones de probabilidad de las divisas en estudio, se advierte que para el caso del dólar su distribución es más leptocurtica o "picuda", como lo mencionan Alonso y Arcos (2005), al sopesar el hecho de que la distribución del euro tiene rendimientos más alejados de la media (colas más pesadas) y de esta manera la moneda europea domina a la norteamericana. Este aspecto al final se traduce en riesgo.

Escenario 2: euro-yen

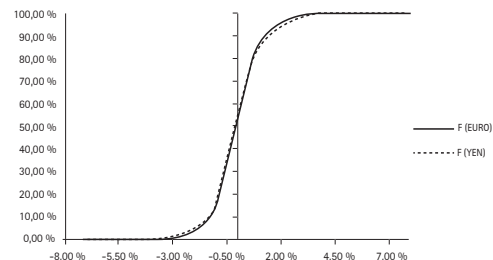
En relación con este primer test de dominancia estocástica (DEPO), el Gráfico

Gráfico 6
Distribución de probabilidad de los rendimientos dólar-euro



7 muestra un entrecruzamiento. Sobre la base de la no presencia de dominancia entre las divisas en primer orden y según lo planteado en el acápite "Dominancia estocástica de primer orden", en términos de riesgo son indiferentes el euro o el yen; sin olvidar, además, que solo se puede tomar una decisión de inversión cuando se apliquen los demás test.

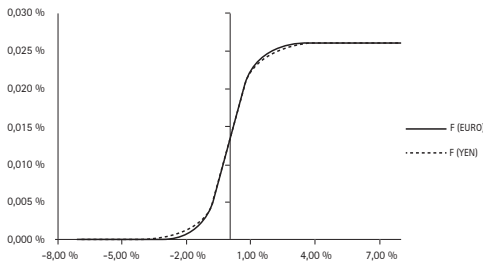
Gráfico 7
DEPO euro-yen



En el Gráfico 8, se advierte un entrecruzamiento entre las funciones de distribución de los rendimientos del euro y el yen, lo que trae como resultado que $F_{EURO} \geq F_{YEN}$. Por consiguiente el yen domina al euro en segundo orden, en concordancia con el comportamiento estable que presenta la divisa. De esta manera, se asume que en términos de riesgo el euro presenta mayor volatilidad que el yen, de lo cual se infiere que si se mirara desde la perspectiva de inversión el yen pudiera ser la mejor opción;

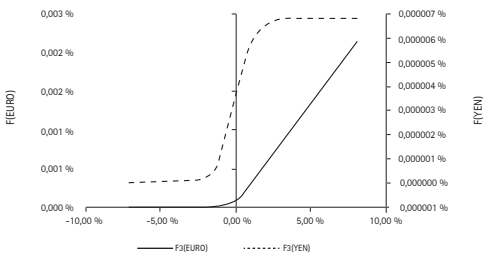
todo esto de acuerdo con los lineamientos de las variables expresados en el acápite "Dominancia estocástica de segundo orden".

Gráfico 8
DESO euro-yen



Cuando se analiza el Gráfico 9, se evidencia entrecruzamiento entre los rendimientos acumulados de las dos divisas en estudio. Ello ratifica –como anteriormente se mencionó en los resultados– que el yen domina estocásticamente al euro en tercer orden y complementado con el análisis de riesgo sería más factible la inversión en esta divisa al ser menos volátil, de acuerdo con lo expresado en el apartado "Dominancia estocástica de tercer orden".

Gráfico 9
DETO euro-yen

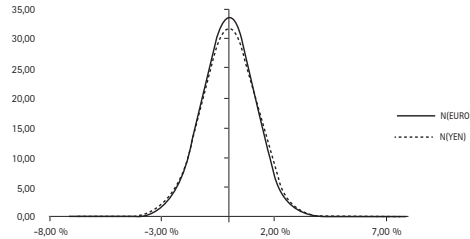


Como se muestra en el Gráfico 10, las dos divisas en estudio presentan prácticamente una misma distribución de sus rendimientos, aunque posean cada una datos extremos para generar esas colas pesadas. Solo con los test de dominancia estocás-

tica de segundo y tercer orden se podría definir cuál divisa domina.

Gráfico 10

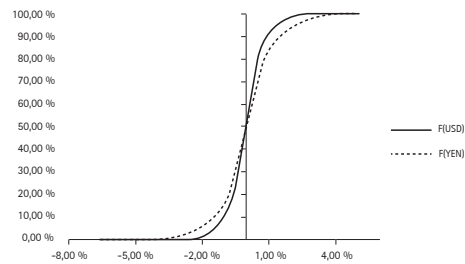
Distribución de probabilidad de los rendimientos euro-yen



Escenario 3: dólar-yen

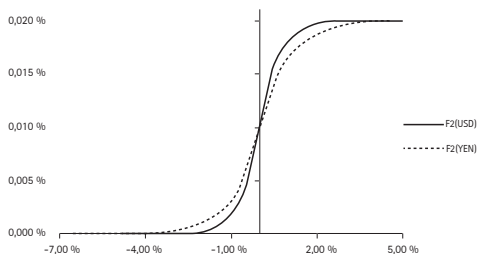
En el Gráfico 11 y al igual que en los anteriores, en este tipo de test (DEPO) se percibe un entrecruzamiento entre los rendimientos del dólar y los del yen. Por otro lado, sus distribuciones de probabilidad acumulada son iguales y por ende no se da dominancia de divisa alguna en primer orden.

Gráfico 11
DEPO USD-yen



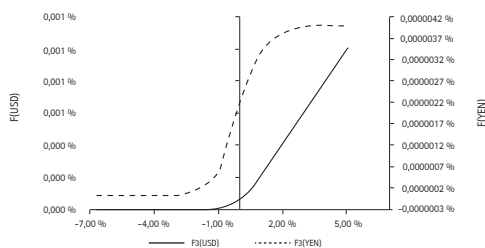
Asimismo, en el Gráfico 12 se observa el cruce de las líneas denotadas para los rendimientos tanto del dólar como del yen. Por consiguiente, es válido afirmar que $F_{USD} \geq F_{YEN}$, es decir, el yen domina estocásticamente al dólar en segundo orden, evidenciando con ello el comportamiento histórico del dólar como la divisa más volátil y situando al yen como una moneda segura para invertir desde la perspectiva de la elección (Glasser, 1999).

Gráfico 12
DESO USD-yen



Por su parte, en el Gráfico 13 (que consta de dos ejes para su mayor comprensión visual), se evidencia que el yen domina al dólar de acuerdo con los supuestos mencionados en el apartado "Dominancia estocástica de tercer orden", dado que $F_{USD} \approx F_{YEN}$. Se conservan así, los resultados obtenidos en el test anterior.

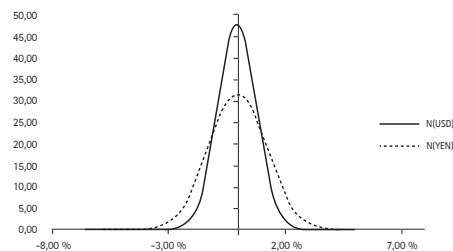
Gráfico 13
DETO USD-yen



Como se puede apreciar en el Gráfico 14, el comportamiento y la tendencia de las series de rendimientos del dólar y el yen muestran mayor dispersión para el yen que para el dólar. No obstante, la leptocurtosis del dólar sopesa el carácter achatado y variable del yen, convergiendo así en mayor volatilidad.

Gráfico 14

Distribución de probabilidad de los rendimientos del dólar y del yen



Ahora bien, de acuerdo con el Cuadro 1 siguiente y al analizar los resultados, se deriva que la divisa con mayor volatilidad es el dólar, puesto que no domina a ninguna de las otras. Sus graficas evidencian una tendencia "picuda" (leptocutica) y en sus colas muestra robustez. Además, se observa que la distribución de probabilidad acumulada de sus rendimientos es mucho mayor en comparación con los rendimientos de las otras divisas. Por otro lado, la moneda dominante es el yen, cuyo comportamiento es relevante dada su estabilidad a pesar de haber sido objeto de cambios en su cotización y estar sometida a eventos naturales⁵ y políticos, lo cual demuestra de manera fehaciente la solidez de la economía japonesa.

Comentarios finales

El modelo de dominancia estocástica ha influenciado de manera considerable las finanzas en lo tocante a la conformación de portafolios de inversión. Ello ha conducido a la generación de una forma alternativa y complementaria al modelo de Markowitz (1952) y ha posibilitado un estudio más con-

5. Eventos naturales como tsunamis, terremotos o fallas en reactores nucleares, han sido definitivos en el momento de depreciar la moneda. Sin embargo, el rápido proceso de recuperación y su modelo de crecimiento continuo ha logrado mantener su moneda en el mercado como una de las más fuertes. Para mayor profundización véase <http://guidewhois.com/2011/04/moneda-comercial-el-tsunami-japones>

Cuadro 1
Consolidado de los resultados del análisis entre todos los conjuntos de pares posibles (dólar, euro y yen)

	Tipo	USD (\$)	EURO (€)	YEN (¥)
USD (\$)	DEPO	-	0	0
	DESO	-	0	0
	DETO	-	0	0
EURO (€)	DEPO	0	-	0
	DESO	1	-	0
	DETO	1	-	0
YEN (¥)	DEPO	0	0	-
	DESO	1	1	-
	DETO	1	1	-

j: divisa j, ordenada en filas

k: divisa k, ordenada en columnas

-: no existe relación de dominancia

0: la divisa j no domina estocásticamente en el orden especificado a la divisa k

1: la divisa j domina estocásticamente en el orden especificado a la divisa k

cienzudo del riesgo y la incertidumbre, desde una perspectiva más estadística y delineada económicamente.

El propósito de este estudio fue llevar a cabo la aplicación del criterio de dominancia estocástica para el portafolio de reservas internacionales colombiano, a saber, el dólar, el euro y el yen. El estudio es, asimismo, un aporte en la labor de fortalecer los modelos de riesgo-incertidumbre usados en divisas, los cuales no han tenido hasta el momento un peso significativo, pese a la redundancia del criterio de la media y la varianza expuesto por Markowitz (1952) con el fin último de aplicarlo al mercado financiero colombiano.

Para llevar a cabo el estudio se tomaron las cotizaciones de las divisas dólar, euro y yen del periodo 02/01/-30/06/2011, en el cual

se tuvieron en cuenta los días en los que coincidían las tres divisas nombradas y se efectuó la conversión de cada una a pesos colombianos. Para llevar a cabo el modelo de dominancia estocástica, se crearon pares de divisas a fin de desarrollar cada uno de los test dominancia estocástica (previo cálculo de los rendimientos de cada una) para obtener las distribuciones de probabilidad de los rendimientos y aplicar las fórmulas de cada criterio expuesto en la teoría.

Posteriormente, se graficó cada rendimiento de probabilidad de las divisas en estudio y se determinó la presencia de entrecruzamiento, ello con el fin de dar cabida al análisis sobre las monedas que dominen estocásticamente en cada uno de sus conjuntos de pares.

Los resultados obtenidos evidencian que el yen domina estocásticamente en todos los órdenes al dólar y al euro, lo cual demuestra la solidez de esta moneda en comparación con las otras. También se puede apreciar en los resultados obtenidos, que el euro domina en todos sus niveles al dólar pero no al yen. Por otra parte, se analiza el caso del dólar como la moneda más influyente en el mercado global, a pesar de que no domina en ningún orden a las demás divisas.

Por último, es ineludible comparar los resultados obtenidos en el trabajo con el comportamiento de la economía japonesa, que gracias al crecimiento continuo de los últimos años, complementado con inversión en tecnología, ciclos de recuperación y desarrollo en sus ventajas competitivas, ha fortalecido su moneda como una de las más importantes en los mercados de divisas. Aunque en el portafolio de reservas internacionales colombiano el nivel de participación del yen es el más bajo (5 %),⁶ no cabe duda de que la

6. Para mayor información véase <http://www.saladeinversion.com/forex-divisas/percepcion-yen-moneda-refugio-favorece-apreciacion-forex-divisas-currencias-mercados/>

moneda puede considerarse como refugio en los momentos de incertidumbre. Para ello sería necesario evaluar su pequeño nivel de participación y por ende disminuir riesgo con la disminución de la moneda más volátil según el estudio realizado, a saber, el dólar.

En síntesis, cabe concluir que la dominancia estocástica presentada por el yen frente a las divisas euro y dólar, es acorde con la condición económica mundial. Por ende, el modelo puede utilizarse para concretar comportamientos de orden económico basados en el análisis de riesgo y complementados con teorías de elección, cuyo resultado sería el entendimiento de las variables económicas que afectan de manera directa o indirecta el desempeño de cada economía.

Bibliografía

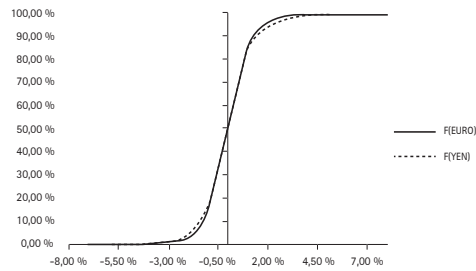
- ALONSO C., J. y ARCOS, M. (2005). "Valor en riesgo: evaluación del desempeño de diferentes metodologías para 7 países latinoamericanos." *Mimeo*.
- ALONSO, J. y BERGGRUN, L. (2008). *Introducción al análisis del riesgo financiero* Cali: Universidad Icesi.
- ATKINSON, A. (1970). "On the Measurement of inequality". In: *Journal of Economic Theory* 2, pp. 244-263.
- BERENSON, Ma., LEVINE, D. y KREHBIEL, T. (2001). *Estadística para administración*. Bogotá: Pearson.
- BERGGRUN P. y CAMACHO R, V. (2009). "Cómo crear un portafolio de inversión con las opciones que ofrecen los fondos de pensiones voluntarias en Colombia. El caso de Skandia". En: *Revista Estudios Gerenciales*, 25(113), pp. 229-242.
- CONTRERAS, D. y MACIAS, V. (2002) *Desigualdad educacional en Chile: geografía y dependencia*. Documento de trabajo, Departamento Economía Universidad de Chile.
- CORTÉS, F. (2002). "Consideraciones sobre la marginalidad, marginación, pobreza y desigualdad en la distribución del ingreso". En: *Papeles de población*, No. 25, pp.9,25.
- DARDANONI, V. y LAMBERT, P. (1988). "Inference for Lorenz Curve Orderings". In: *Econometrics Journal*, No. 2, pp. 49,75.
- DAVIES, J. y HOY, M. (1994). "The Normative Significance Using Third-Degree Stochastic Dominance in Comparing Income Distributions". In: *Journal of Economic Theory*, 64, pp. 520,530.
- _____. (1995) "Making Inequality Comparisons when Lorenz Curves Intersect", Ina. *American Economic Review*, 85, pp. 980,986.
- ELLSBERG, D. (1954). "Classic and Current Notions of Measurable Utility". In: *The Economic Journal*, 64, (255), pp.528,56.
- GLASSER, W. (1999). *Choice theory: A new psychology for personal freedom*. Harper Collins.
- JOHNSON, A. (2000). *Métodos de evaluación del riesgo para portafolios de inversión*. Documentos de trabajo, Banco Central de Chile, N°67.
- KOLM, S. (1969). "The Optimal Production of Social Justice". In: J. Margolis and H. Guitton (eds.), *Public Economics, Macmillan, London*.
- LORENZ, M. O. (1905). "Methods of measuring the concentration of wealth" In: *American Statistical Association*, 70 (9), pp. 209,219.
- MAHAJAN, V. y YORAM, W. (1983). "Integrating Financial Portfolio Analysis With Product Portfolio Models," in *Strategic Marketing and Management*, David Gardner and Howard Thomas, eds., New York :John Wiley.
- MAHAJAN, V., y WIND, J. (1984). "Integrating financial portfolio analysis with product portfolio models". En: H. Thomas y D. Gardner (eds.). *Strategic Marketing and Management*. John Wiley and Sons.
- MARKOWITZ, H. (1952). "Portfolio Selection". *Journal of Finance*, 7(1), pp. 77,91.

-
- MARTEN, I. (1987). "Aplicación de la teoría financiera a la selección de la cartera de centros de estrategia de la empresa". En: *Revista española de financiación y contabilidad*, 17(53), pp. 367,389.
 - MORAL, J. (2007). *Dominancia Estocástica en las Ofertas salariales y probabilidad de empleo*. Universidad Autónoma de Madrid, Departamento de Análisis Económico: Teoría Económica e Historia Económica.
 - ROGERSON, R., SHIMER, R., y WRIGHT, R. (2005). Search-theoretic models of the labor market: A survey. In: *Journal of Economic Literature*, 43(4), pp. 959,988.
 - SALAS, R. (2001). "La Medición de la Desigualdad Económica", P.T.N 14/01.
 - SEN, A. (1973). *On Economic Inequality* Clarendon. Press, Oxford.
-

Anexos

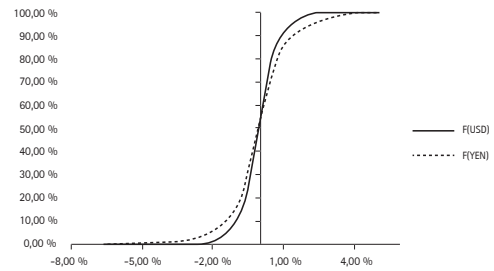
Anexo 1

Figura 1.1
DEPO EURO-YEN



Fuente: Elaboración propia

Figura 1.2
DEPO USD-YEN

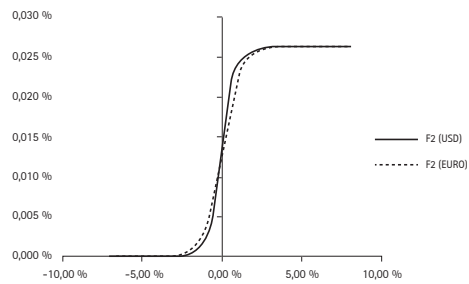


Fuente: Elaboración propia

Anexo 2

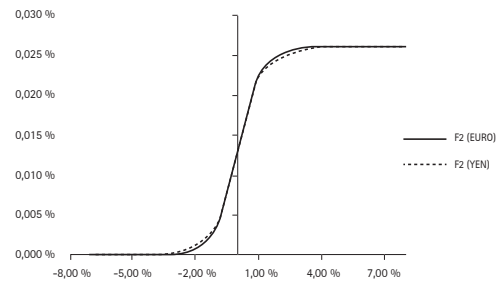
Pruebas de dominancia estocástica de segundo orden

Figura 2.1
DESO USD-EURO



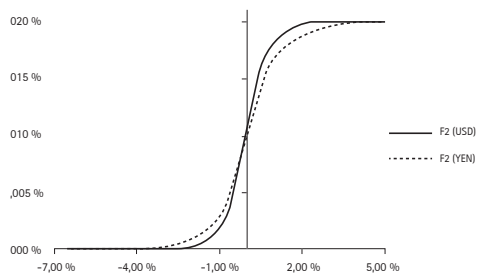
Fuente: Elaboración propia

Figura 2.2
DESO EURP-YEN



Fuente: Elaboración propia

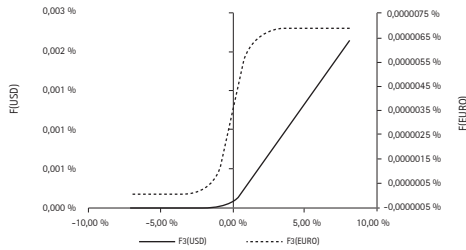
Figura 2.3
DESO USD-YEN



Fuente: Elaboración propia

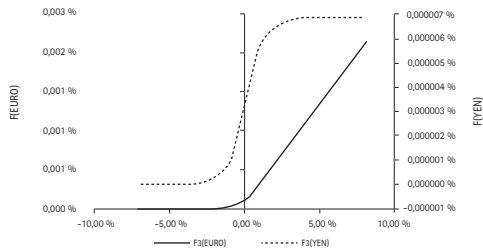
Anexo 3 Pruebas de dominancia estocástica de tercer orden

Figura 3.1
DETO USD-EURO



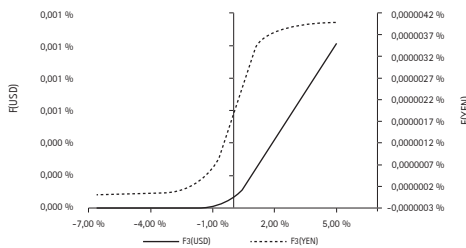
Fuente: Elaboración propia

Figura 3.2
DETO EURO-YEN



Fuente: Elaboración propia

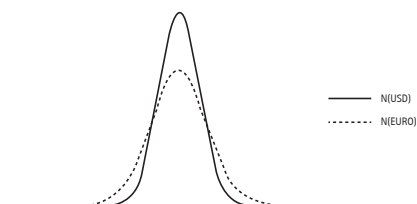
Figura 3.3
DETO USD-YEN



Fuente: Elaboración propia

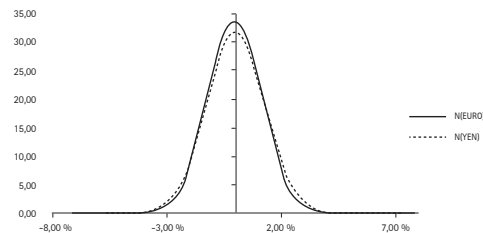
Anexo 4 Distribución normal de los rendimientos de las divisas USD-EURO-YEN

Figura 4.1
Distribución de probabilidad de los rendimientos dólar-euro



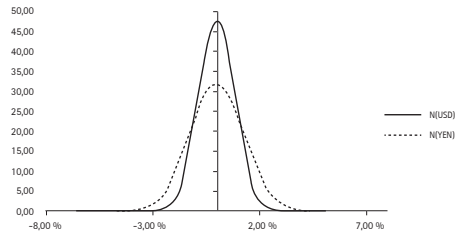
Fuente: Elaboración propia

Figura 4.2
Distribución de probabilidad de los rendimientos euro-yen



Fuente: Elaboración propia

Figura 4.3
Distribución de probabilidad de los rendimientos dólar-yen



Fuente: Elaboración propia

