

SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIAS CON UN ROBOT MÓVIL DE CONFIGURACIÓN DIFERENCIAL

Leonardo Enrique Solaque Guzmán
Universidad Militar Nueva Granada
leonardo.solaque@unimilitar.edu.co

Manuel Alejandro Molina Villa
Universidad Militar Nueva Granada
u1801496@unimilitar.edu.co

Edgar Leonardo Rodríguez Vásquez
Universidad Militar Nueva Granada
u1801522@unimilitar.edu.co

(Tipo de Artículo: **Investigación**. Recibido el 10/04/2014. Aprobado el 18/05/2014)

RESUMEN

En este trabajo se desarrolla un sistema de control, aplicado en un robot móvil de configuración diferencial, para seguir una trayectoria determinada. Para dar solución al problema, primero se implementa la cinemática directa del robot para simular el comportamiento del mismo. Luego para cumplir el objetivo, dos sistemas de control (holonómico y no-holonómico), fueron desarrollados e implementados a partir de la cinemática inversa. Posteriormente, se desarrollan pruebas que permiten comparar el rendimiento de los dos controladores, determinando cuál proporciona la mejor solución.

Palabras clave

Configuración diferencial, modelado cinemático, Robótica móvil, trayectorias.

PATH-FOLLOWING WITH DIFFERENTIAL MOBILE ROBOT

ABSTRACT

This paper presents a study of path following methods, especially for mobile robots with differential configuration. This paper searches for a simple control system exhibiting good performance, allowing robots to follow a certain path. Different numerical methods are to be implemented for achieving this goal.

Keywords

Mobile robotics, Differential configuration, Kinematic modeling, Path-following.

SUIVI DE TRAJECTOIRES EN UTILISANT UN ROBOT MOBILE À CONFIGURATION DIFFÉRENTIEL

Résumé

Cet article présente une étude des méthodes, en particulier, pour des robots mobiles avec configuration différentiel. Pour réussir cet objectif on cherche d'utiliser un système de contrôle simple mais et avec bon performance, qui permet aux robots de suivre une trajectoire spécifique. On va implémenter des différentes méthodes numériques pour réussir cet objectif.

Mots-clés

Configuration différentiel, Modélisation cinématique, Robotique mobile, Trajectoires

1. INTRODUCCIÓN

La robótica móvil es una herramienta que permite extender las aplicaciones, en comparación a los robots fijos, puesto que se pueden desarrollar nuevas tecnologías con la implementación de robots no sedentarios, que puedan realizar navegación autónoma [1], [2]. En la actualidad se aplican una gran variedad de métodos para la planeación y seguimiento de trayectorias que permitan a los robots cumplir con su objetivo, mientras evitan los obstáculos que se presentan en su camino, desde algoritmos simples hasta lógicas de programación que tengan en cuenta una gran cantidad de factores y por ende sean más complejos [1].

Con el estudio de la robótica móvil y sus diferentes configuraciones es posible desarrollar aplicaciones en el campo del entretenimiento, la salud, táctica militar, entre otras [3]. Con el desarrollo de nuevas aplicaciones, y nuevos frentes de acción, la investigación en la robótica móvil juega un papel importante en el área académica. Con el objetivo de profundizar en esta temática, se busca desarrollar diferentes robots móviles que permitan la implementación de distintas leyes de control para que estos desarrollen movimientos autónomos [3], [4].

A diferencia de los robots fijos, los móviles se encuentran en constante cambio de su posición y la orientación de acuerdo de su eje de coordenadas base (sistema global) [3], por lo tanto deben estar en constante reconocimiento del entorno que lo rodea, para adaptarse y realizar un movimiento natural evadiendo los obstáculos que se le presenten. Para que un sistema de robótica móvil pueda trasladarse en un entorno debe contar con sensores que le permitan monitorear el ambiente constantemente [5].

La navegación más básica de los robots móviles se basa en el modelo cinemático del sistema de propulsión, es decir, determinar el modelo de la configuración de actuadores que permiten al robot moverse dentro del entorno [4], [5]. De las configuraciones de robots móviles, la más utilizada, es la de tracción diferencial, debido a que es un sistema simple y adecuado para la navegación en entornos cotidianos no muy exigentes. Este tipo de direccionamiento viene dado por la diferencia de velocidades de las ruedas laterales. Dos ruedas montadas en un único eje son propulsadas y controladas independientemente, proporcionando tracción y direccionamiento. Además, permite cambiar la orientación del robot sin movimientos de traslación [4], [6]. Un problema importante es cómo resolver el equilibrio del robot, puesto que es necesario buscar un apoyo adicional a las dos ruedas ya existentes, esto se consigue mediante una o dos ruedas de apoyo añadidas en un diseño triangular o romboidal. Otro problema que presenta la configuración de tracción

diferencial, es desplazarse en línea recta, ya que para que robot pueda lograr esto, sus dos ruedas deben girar a la misma velocidad [7], pero si cada rueda experimenta una fricción diferente sus velocidades van a variar, este problema debe ser solucionado con un sistema de control dinámico que vaya variando las velocidades a medida que el robot lo necesite [4], [7].

Para dar solución al problema, se realiza el modelo del robot diferencial, con el objetivo de tener una representación matemática que describa la cinemática del sistema [4], [8]. Posteriormente se realizará una aproximación de las variables de estado. Con esto se va a implementar el sistema de control que permita disminuir la diferencia entre los estados deseados y los del sistema [3], [4].

En la mayoría de aplicaciones en las cuales se implementan robots móviles se enfrenta un problema similar, lograr que el robot se ubique en una posición específica o lograr que el robot se traslade de un punto específico a otro, logrando evadir los obstáculos o buscando la trayectoria más óptima. Poder controlar el desplazamiento del robot permite utilizarlo como una herramienta que facilite diversas aplicaciones útiles para la sociedad.

Una solución para lograr que los robots sigan una ruta determinada, son los seguidores de línea. Estos son robots móviles equipados de sensores ópticos que les permiten seguir una línea que se encuentra impresa en el piso y la cual guía el camino del robot. Aunque esta solución es sencilla, limita el robot a una única trayectoria.

En este trabajo se desarrolla una solución que permite a los robots diferenciales seguir cualquier trayectoria que se le envíe. Con esto, se busca desarrollar aplicaciones donde se necesite controlar el desplazamiento de los robots, ya sean aplicaciones de robótica cooperativa o desplazamiento de robots en recintos cerrados y con lugares de difícil acceso.

En esta aplicación se va a utilizar ArduinoRobot de la compañía Arduino (figura 1), el cual posee la configuración deseada, su programación es sencilla y es de fácil adquisición.

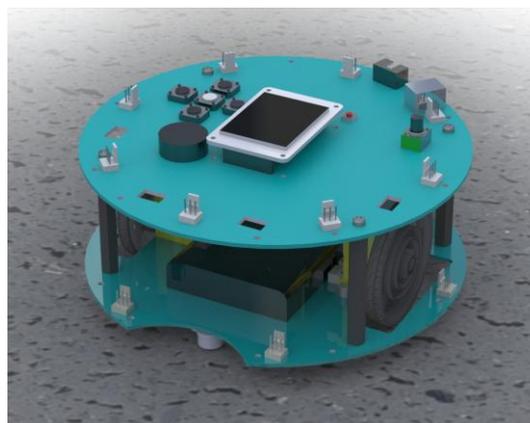


Fig. 1. Simulación CAD de ArduinoRobot. Autores.

2. MODELADO DE CINEMÁTICA DIRECTA DEL ROBOT DIFERENCIAL

Para realizar el modelado del robot se deben tener en cuenta ciertas hipótesis que generalizan el comportamiento del robot, por ejemplo, se asume que el robot se desplaza en una superficie plana idealmente sin rozamiento, también se toman los ejes de las ruedas como perpendiculares al suelo por donde se desplaza. Por último el robot se debe mover únicamente por las fuerzas ejercidas por el movimiento rotacional de las ruedas [9].

El robot es considerado como un mecanismo sólido, rígido y sin partes flexibles, pero se deben tener en cuenta las restricciones no holonómicas del sistema [10], [11]. Es decir, el robot puede desplazarse hacia atrás o adelante, pero no puede trasladarse a los lados sin que exista una fuerza externa que obligue el movimiento (figura 2). Para realizar un desplazamiento netamente lateral se deben realizar un movimiento en partes.

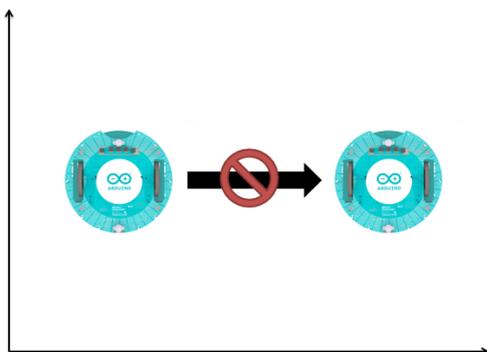


Fig. 2. Restricciones holonómicas del robot diferencial. Fuente: Autores.

Para realizar el modelado del robot de manera correcta, es necesario conocer las condiciones físicas del sistema, en especial las dimensiones del robot. Las medidas que interesan en el proceso de modelado son: la distancia entre las ruedas y el radio de las mismas. Como se denota en la figura 3. La distancia entre las ruedas se va a denominar "L" y el radio de las ruedas será "R".

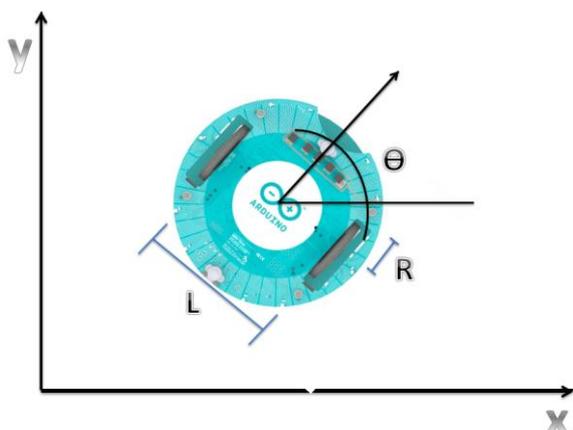


Fig. 3. Variables físicas del Robot diferencial. Fuente. Autores.

Saber con exactitud la posición y orientación del robot con respecto al sistema global, son las incógnitas que se tienen en un robot móvil. Para poder lograr un movimiento controlado, se deben tener dominio sobre "Vr" la velocidad de la rueda derecha y "Vl" la velocidad de la rueda izquierda, ver figura 4.

El objetivo de modelar el robot es buscar una relación directa de cómo afectan las entradas "Vr y Vl", a los estados del sistema "X, Y, φ".

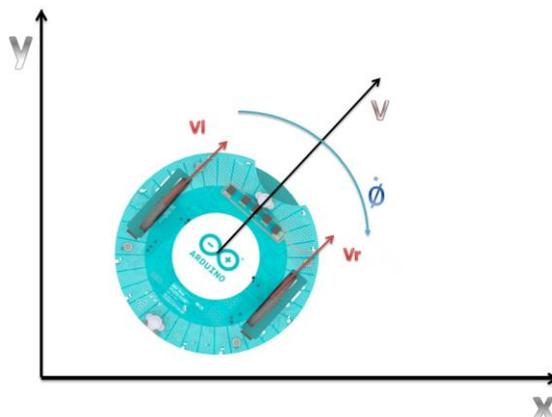


Fig. 4. Variables del movimiento de un Robot diferencial. Fuente: Autores.

Luego de definir las entradas y las salidas que nos interesan del sistema, se determinan los movimientos que presenta el robot. El robot puede trasladarse con una velocidad lineal "v" y rotar con una velocidad angular "ω", como se puede observar en la figura 4.

Para que el robot se desplace en línea recta la velocidad de sus ruedas debe ser igual, por lo tanto, se puede definir la velocidad lineal del robot, como el promedio de las velocidades de las ruedas, siendo proporcional al radio de estas.

$$v = R \frac{V_r + V_l}{2} \quad (1)$$

Para que el robot tenga un movimiento de rotación en sobre su mismo centro de masa, las velocidades de sus ruedas deben tener la misma magnitud pero signo diferente, por ende se puede definir la velocidad angular como la diferencia de la velocidad de sus ruedas sobre la longitud que hay entre ellas. Este movimiento al igual que la velocidad lineal es proporcional al radio de las ruedas.

$$w = R \frac{V_r - V_l}{L} \quad (2)$$

Luego de tener las velocidades que se presentan en el desplazamiento del robot se procede a integrarlas en un primer concepto del movimiento del robot. Se desarrollan unas ecuaciones que definan la dinámica del movimiento de un robot en cada eje.

$$\dot{x} = v * \cos \theta \quad (3)$$

$$\dot{y} = v * \text{sen} \theta \quad (4)$$

$$\dot{\phi} = w \quad (5)$$

Para definir el modelo del robot que interesa para la aplicación, se reemplazan las velocidades lineales y angulares que se obtuvieron anteriormente. Con esto obtenemos el modelo del robot con configuración diferencial con el cual se va a trabajar. Adicionalmente de las condiciones de velocidad, se plantea una matriz de rotación, ya que no en todo momento el robot se encuentra alineado con el eje global.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \text{sen} \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \text{sen} \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \frac{V_r + V_l}{2} \\ R \frac{V_r - V_l}{L} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Luego de tener el modelo de la cinemática directa del robot podemos obtener las ecuaciones que determinen el movimiento del robot. Para esto se multiplican las matrices, de rotación y la matriz de velocidades del robot, obteniendo de esta manera una ecuación matricial que representa las velocidades en X, Y y angular del robot en el sistema global. Esta ecuación matricial, es también representada por las siguientes tres ecuaciones. Dando como resultado el modelo cinemático directo del robot diferencial con el cual se desarrolla el sistema de control, para seguir la trayectoria.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \frac{\cos \theta}{2} & R \frac{\cos \theta}{2} \\ R \frac{\text{sen} \theta}{2} & R \frac{\text{sen} \theta}{2} \\ \frac{R}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_r \\ w_l \end{bmatrix} \quad (8)$$

Se desarrolla un modelo en Simulink de Matlab, para realizar una simulación que permite comprobar el comportamiento del modelo (figura 5). Se hicieron pruebas donde la velocidad de cada rueda sea la misma, esperando obtener como resultado un movimiento a lo largo del eje "x". Las respuestas obtenidas se pueden observar en la figura 6.

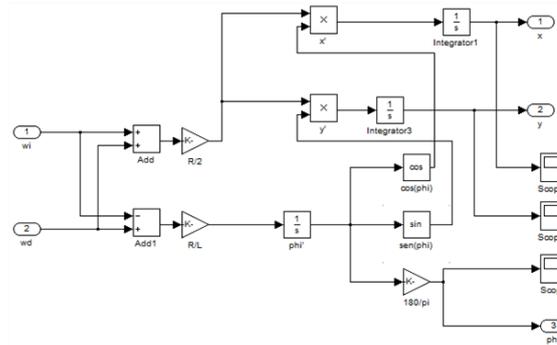


Fig. 5. Modelo Cinemático Robot diferencial en Simulink de MatLab. Fuente: Autores.

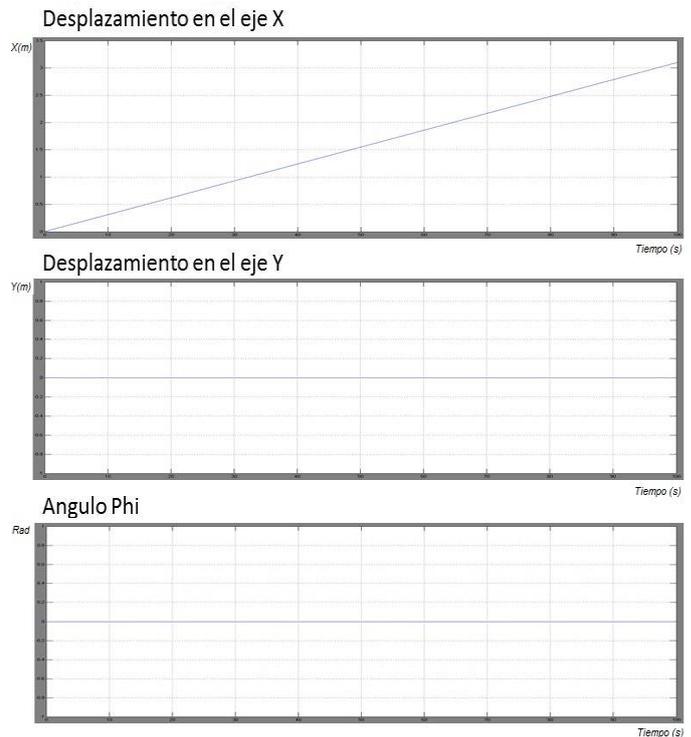


Fig. 6. Respuesta del modelo del robot ante velocidades iguales en mismo sentido. Fuente: Autores.

Posteriormente se realiza la prueba con velocidades de igual magnitud pero en sentido contrario, esperando obtener un movimiento rotacional, pero sin translación alguna. Las respuestas se muestran en figura 7.

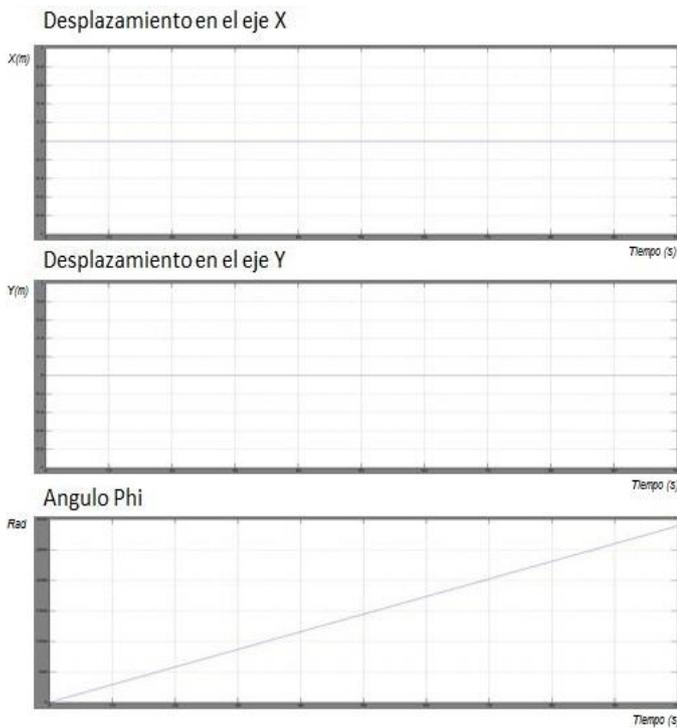


Fig. 7. Respuesta modelo del robot ante velocidades iguales en sentido contrario. Fuente: Autores.

Por último se realiza una prueba con una velocidad mayor que la otra, esto nos permite tener un movimiento rotacional con desplazamiento circular. La Fig.8 muestra las respuestas obtenidas.

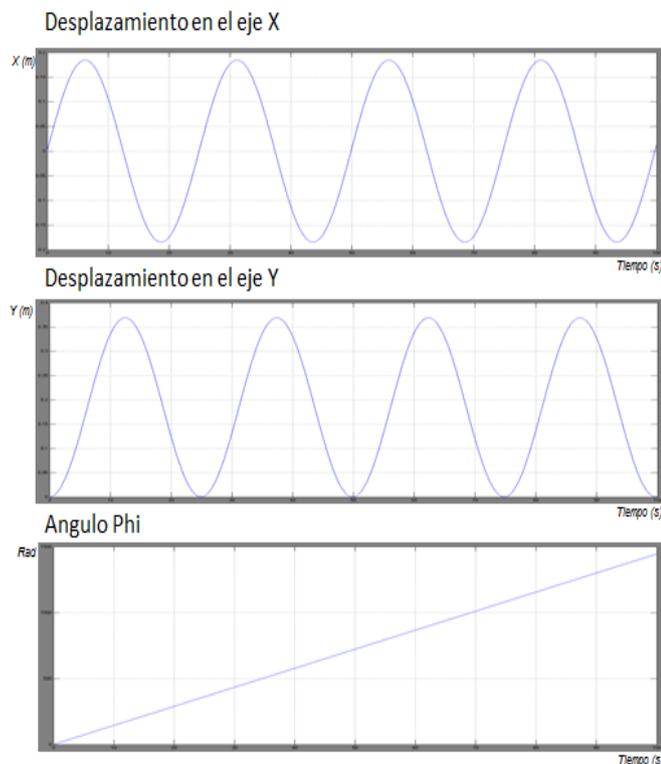


Fig. 8. Respuesta modelo del robot ante velocidades Desiguales en mismo sentido. Fuente: Autores.

3. CINEMATICA INVERSA DEL ROBOT DIFERENCIAL

Para lograr un desplazamiento controlado del robot, se deben alterar las señales de entrada de la planta. Como se determinó anteriormente las variables de entrada de nuestro robot son las velocidades angular de las ruedas, por lo tanto debemos buscar una representación matemática en la que se puedan determinar las velocidades de las ruedas, partiendo de las velocidades, lineal y angular deseadas.

Para esto se obtiene la cinemática inversa del robot, la cual entrega una expresión matricial que nos permite determinar las velocidades que se deben aplicar en cada rueda para lograr el comportamiento deseado.

Para determinar la expresión matricial se debe partir de la Ecuación 11, y despejar las variables de interés.

$$\begin{bmatrix} w_r \\ w_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \frac{\cos \theta}{2} & R \frac{\cos \theta}{2} \\ R \frac{\sin \theta}{2} & R \frac{\sin \theta}{2} \\ \frac{R}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Al realizar este paso se encuentra el primer inconveniente, puesto que es necesario determinar la inversa de una matriz no cuadrada. La solución a este problema es encontrar la pseudoinversa de dicha matriz. Esta matriz se define como:

$$A^+ = (A^T * A)^{-1} * A^T \quad (10)$$

$$A = \begin{bmatrix} R \frac{\cos \theta}{2} & R \frac{\cos \theta}{2} \\ R \frac{\sin \theta}{2} & R \frac{\sin \theta}{2} \\ \frac{R}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \quad (11)$$

La matriz de los coeficientes es llamada "A" a partir de la cual se determina su pseudoinversa "A⁺".

$$A^+ = \begin{bmatrix} \frac{\cos \theta}{R} & \frac{\sin \theta}{R} & \frac{L}{R} \\ \frac{\cos \theta}{R} & \frac{\sin \theta}{R} & -\frac{L}{R} \end{bmatrix} \quad (12)$$

A continuación se puede determinar la cinemática inversa del robot como:

$$\begin{bmatrix} w_r \\ w_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\cos \theta}{R} & \frac{\sin \theta}{R} & \frac{L}{R} \\ \frac{\cos \theta}{R} & \frac{\sin \theta}{R} & -\frac{L}{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Como resultado final obtenemos una expresión matricial, que nos permite calcular la velocidad que debe tener cada rueda, para cumplir el objetivo de tener las velocidades lineal y angular deseadas.

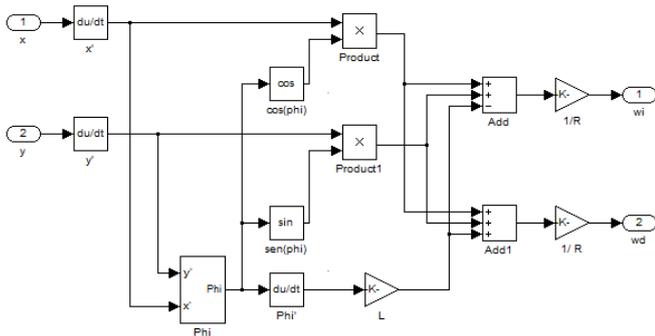


Fig. 9. Cinemática inversa simulación en Simulink de MatLab. Fuente: Autores.

4. RESULTADOS

Luego de obtener el modelo que describe el comportamiento del desplazamiento del robot, se encuentra que hay varias soluciones para dar respuesta al objetivo planteado. La primera solución que se presenta es un movimiento holónomico. Esta opción es bastante sencilla, pues consiste en dividir la trayectoria en diferentes puntos por los cuales el robot debe desplazarse. Al obtener las coordenadas, se tiene conocimiento de la posición actual y la posición del punto al cual se debe trasladar. Para que el robot se desplace entre dichas posiciones se debe desarrollar dos movimientos, primero uno de orientación y luego uno de traslación.

Para realizar el control de orientación, se define la velocidad angular del robot como la diferencia de la orientación del robot y el ángulo existente entre el punto siguiente con el eje de coordenadas. Como se muestra en la figura 10.

$$\dot{\phi} = \theta - \phi \quad (14)$$

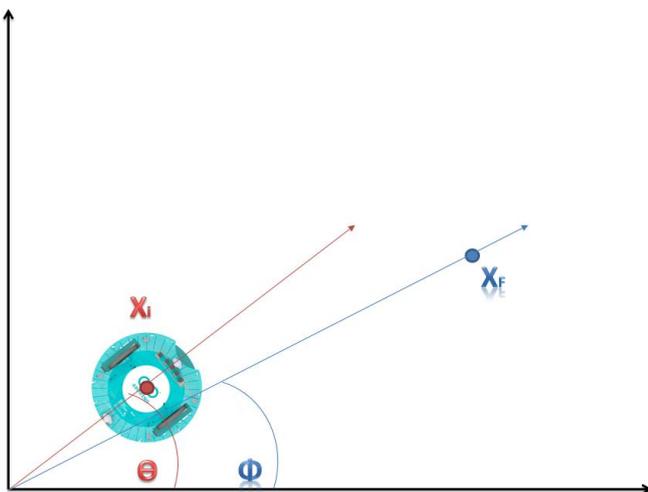


Fig. 10. Ángulos presentes en cálculo de velocidad angular en método no holónomico. Fuente: Autores.

Luego de que el error de orientación sea igual a cero, se procede a realizar el movimiento de traslación, el cual debe ser en línea recta, la velocidad a la cual se mueve, se define como la distancia que se desea recorrer sobre el tiempo en que se debe ejecutar la acción. Este cálculo se explica en la Fig.11.

$$d = \sqrt{dX^2 + dY^2} \quad (15)$$

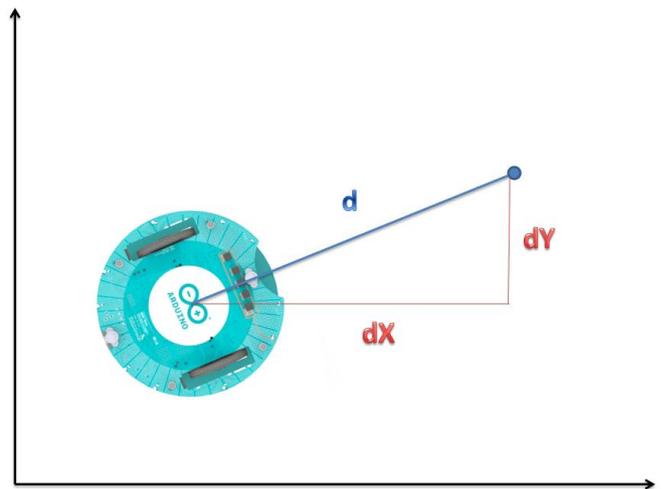


Fig. 11. Distancia entre puntos método no holónomico. Fuente: Autores.

Se implementaron estos conceptos en MatLab y se obtuvo la respuesta que se muestra en la figura 12, con este comportamiento se cumple con el objetivo, pero se prosigue a realizar un control que genere una respuesta más rápida, energéticamente más eficiente y con variaciones de velocidad más suaves. Para esto se procede a realizar un movimiento no holónomico.

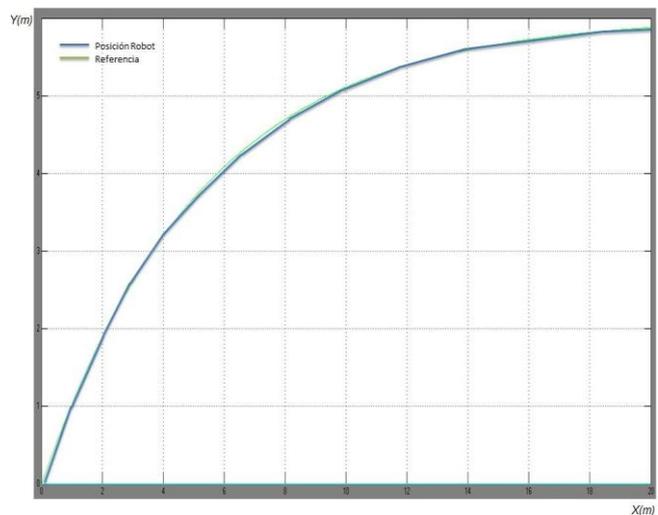


Fig. 12. Desplazamiento del robot con método no holónomico. Autores.

Para cumplir el objetivo de este trabajo se implementó como sistema de control, con el modelo de la cinemática inversa. Se observó el comportamiento del robot y el desplazamiento del mismo, de manera que cumpliera su misión de seguir una trayectoria determinada.

Se ingresa la trayectoria como la referencia del sistema, en esta se ingresan las posiciones en los ejes "X, Y", al derivar esta información se logran calcular las velocidades lineales en cada eje. Al obtener las velocidades de los ejes, podemos obtener la velocidad angular y a su vez podemos conocer la orientación del móvil.

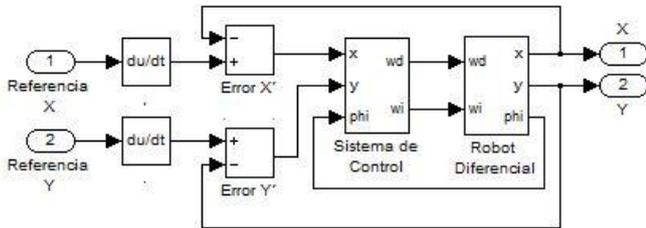


Fig. 13. Estructura del controlador. Autores.

Las velocidades en X, Y y angular son las entradas de nuestro sistema de control que con ayuda del modelo de cinemática inversa, genera las velocidades angulares de cada rueda del robot en cada instante de tiempo, necesarias para cumplir el movimiento esperado. Se busca que el desplazamiento del robot sea un movimiento suave, es decir, la rotación del robot se logra al tener un diferencial de velocidades entre las dos ruedas aunque manteniendo el mismo sentido de giro, para que el robot ahorre tiempo y energía al orientarse mientras se desplaza. Las velocidades de las ruedas son enviadas al robot, buscando tener el comportamiento en el cual el robot siga la trayectoria deseada, se hace una realimentación de posiciones y de orientación del robot puesto se tiene un sistema de control en lazo cerrado que permite al robot corregir perturbaciones y tener un error cercano al cero.

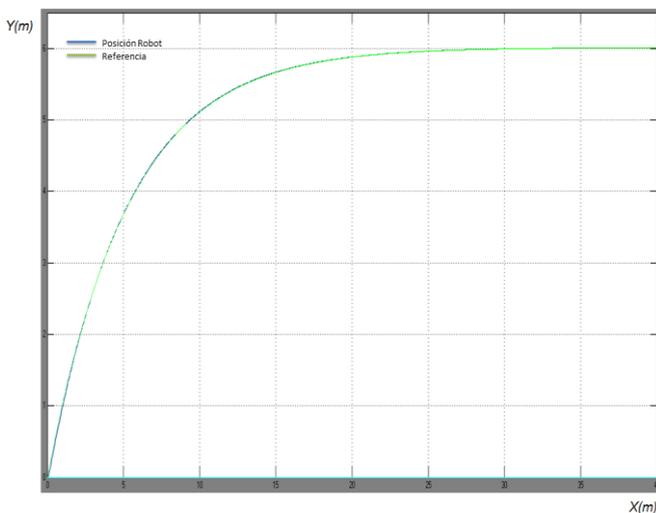


Fig. 14. Desplazamiento siguiendo trayectoria con método holonómico. Autores.

En un robot de configuración diferencial es crítico controlar la velocidad de cada rueda, pues se presentan variaciones de las velocidades debido a fricciones, deslizamientos o las perturbaciones de los motores. Se logra observar que el robot sigue la trayectoria logrando tener un error cercano a cero, eliminando las perturbaciones normales que se

presentan en un robot diferencial. Con el sistema de control que se implementó se puede observar que el robot controla las velocidades de las ruedas de manera que sigue la trayectoria satisfactoriamente omitiendo estas pequeñas perturbaciones logrando un error igual a cero. Ver figura 15.

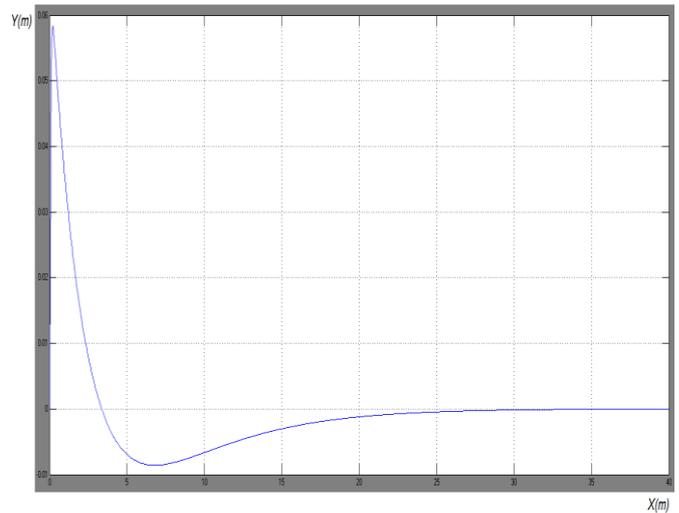


Fig. 15. Error de desplazamiento del robot diferencia y trayectoria deseada. Autores.

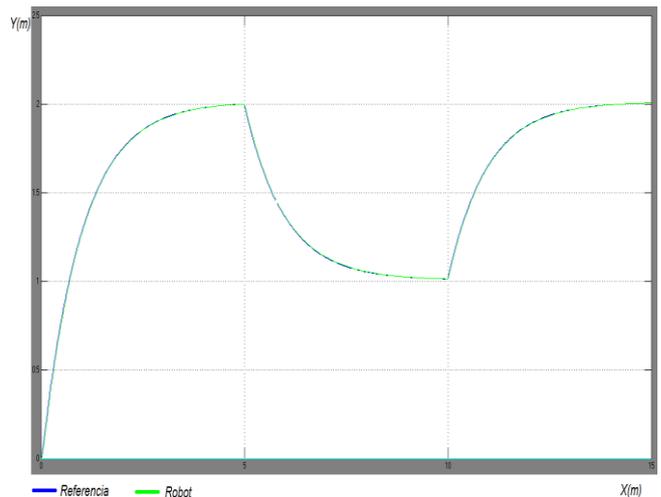


Fig. 16. Desplazamiento del robot siguiendo una referencia variante en el tiempo. Autores.

Con el sistema de control funcionando se realizan pruebas con una referencia variante en el tiempo para ver si el robot logra seguir esta trayectoria correctamente, figura 16. También se realiza una prueba en la cual se altera la posición del robot de manera fuerte para agregarle grandes perturbaciones al sistema y ver cómo es su comportamiento. Ver figura 17.

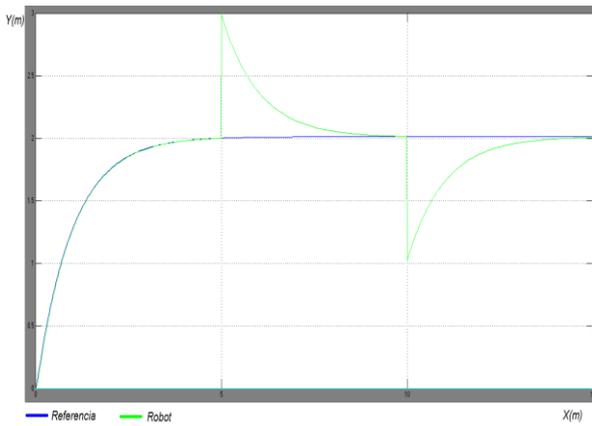


Fig. 17. Desplazamiento del robot siguiendo una referencia y con perturbaciones en el tiempo.
Fuente: Autores.

Se obtiene como respuesta un comportamiento en el cual el robot cumple su misión de seguir la trayectoria planteada, realizando un movimiento suave y efectivo pues logra sobrepasar las perturbaciones en un tiempo reducido. Se ve que el robot logra un error cercano a cero y sigue la referencia de manera correcta dando como resultado un sistema de control que cumple su misión de manera satisfactoria.

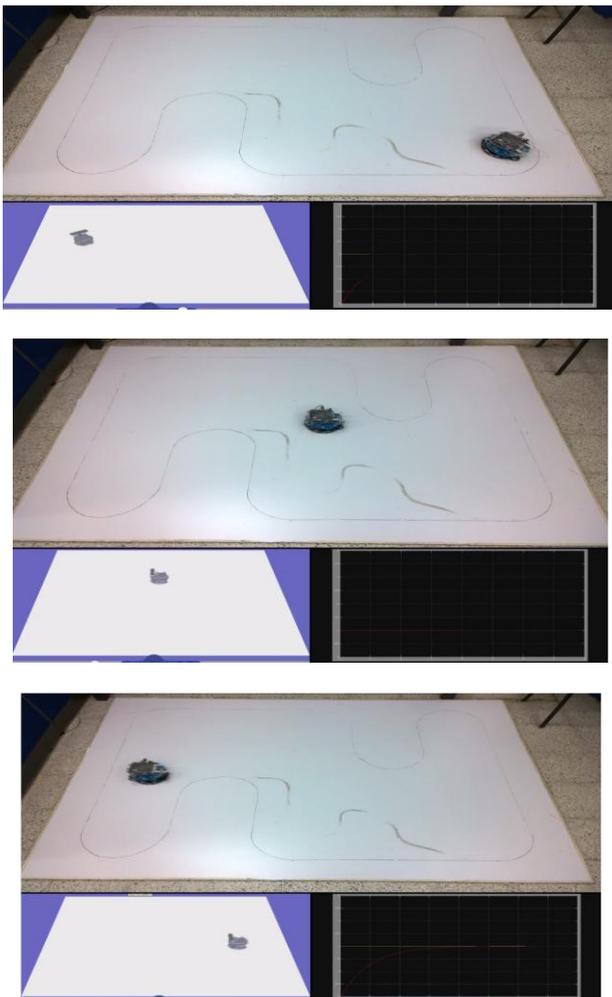


Fig. 18. Robot siguiendo una trayectoria con sistema de control. Fuente: Autores.

5. COMPARACIÓN SISTEMA HOLÓMICO

Luego de implementar los dos sistemas de control, se realizan pruebas comparativas del rendimiento de los controladores para determinar cuál es el mejor para esta aplicación. Los criterios que se compararon fueron tiempo de respuesta y distancia recorrida. Los resultados se muestran en la Tabla 1 y Tabla 2.

Tabla 1. Datos tomados Control Holonómico.

Prueba	Distancia (m)	Tiempo (s)
1	1,58	8,45
2	1,48	6,35
3	1,5	7,12
4	1,52	7,89
5	1,53	7,95
Promedio	1,522	7,552

Tabla 2. Datos tomados Control no- Holonómico.

Prueba	Distancia (m)	Tiempo (s)
1	1,61	9,02
2	1,54	6,45
3	1,68	7,15
4	1,54	8,55
5	1,52	8,25
Promedio	1,578	7,884

Se puede observar que el control holonómico presenta mejores resultados, porque en las pruebas el tiempo empleado y la distancia recorrida son menores. Esto se debe a que el movimiento del robot presenta menos oscilaciones y su error es más cercano a cero. Esto permite concluir que el control holonómico tiene mejor rendimiento y es más útil en la aplicación.

TRABAJOS FUTUROS

Existen estudios en leyes de control más complejas que pueden generar respuestas más óptimas del sistema, también se pueden implementar controles más robustos en los que se tienen en cuenta más variables que se pueden presentar en el entorno, como cambios de fricción en las ruedas, estos controles pueden adaptarse a estos cambios en el ambiente y seguir funcionando de manera correcta.

Con los controles que se desarrollan en este trabajo se abre la puerta a múltiples aplicaciones donde se necesite mantener una posición específica mientras un robot móvil se traslada por un espacio.

Una de las temáticas en las que se puede aplicar este trabajo es, la robótica cooperativa, donde se busca que los robots móviles a medida que se trasladen mantengan una formación determinada. Esto se puede aplicar en trabajos donde se deban mover cargas pesadas o reconocer espacios determinados.

6. CONCLUSIONES

El control propuesto y el logro del objetivo, puede ser desarrollado de formas distintas, dependiendo de las exigencias de la aplicación. La óptima realización de la tarea debe buscar la mayor eficiencia posible en términos de distancia recorrida, tiempo de ejecución y movimientos suaves.

Deben buscarse movimientos suaves, ya que los cambios bruscos de dirección, o las inversiones de giro repentinas, pueden causar sobre picos de corriente y desgaste en los motores.

Este trabajo abre las puertas a aplicaciones en las cuales no sea posible la presencia humana o esta pueda correr algún tipo de riesgo. Ya que estos trabajos pueden ser ejecutados por robots móviles acondicionados para realizar trabajos en zonas de riesgo.

De igual manera las tareas complejas pueden ser llevadas a cabo en conjunto por una flotilla diseñada para moverse en formación. A dicha flotilla puede asignársele la tarea de cargar un objeto pesado o cuya geometría dificulte su transporte.

REFERENCIAS

[1] A. Yandún, N. Sotomayor. "Planeación Y Seguimiento De Trayectorias Para Un Robot Móvil". Revista politécnica, Quito, 2011.

[2] A. B. Azcon. "Análisis y Diseño del Control de Posición de un Robot Móvil con Tracción Diferencial". Escola Tecnica Superior Enginyeria, Universitat Povira, Departament D'enginyeria Electronica Electrica I Automtica. I Virgili, June, 2003.

[3] L. I. Garcia. "Modelado Cinemático y Control de Robots Móviles con Ruedas". Ph.D. disertación, Departamento de Ingeniería de Sistemas y

Automática, Universidad Politécnica de Valencia, 2010.

[4] J. A. Valencia; A. Montoya, L. H. Ríos. "Modelo Cinemático De Un Robot Móvil Tipo Diferencial Y Navegación A Partir De La Estimación Odométrica". Scientia et Technica Año XV, No 41, pp. 191-196, Mayo de 2009.

[5] J. M. Medel. "Desarrollo De Una Plataforma De Monitorización Y Control De Un Minirobot Móvil Basada En Redes De Sensores Inalámbricos". Universidad de Sevilla, Escuela Técnica Superior de Ingeniería.

[6] J. I. Perez; S. Tovar; V. C. Ubaldo; G. H. Efren; J. C. Pedraza; J. E. Vazgas. J. M. Arreguin, O. A. Sotomayor. "Robot Móvil de Tracción Diferencial con Plataforma de Control Modular para Investigación y Desarrollo Ágil de Proyectos". 10th National Congress of mechatronics. Puerto Vallarta, Jalisco, 2011, pp. 78-83.

[7] J. Collazo; E. Gorrostieta; J. Pedraza; U. Villaseñor; R. Romero and M. Gonzalez. "Modelación de un Robot de dos Ruedas con Tracción Diferencial". 8th National Congress of mechatronics. Veracruz, 2009, pp. 306-309.

[8] L. Rios; M. Bueno; "Modelo Matemático Para Un Robot Móvil" Scientia Et Technica Año XIV, No 38, pp. 13-18, junio de 2008.

[9] E. Ramos; R. Morales and R. Silva. "Modelado, simulación y construcción de un robot móvil de ruedas tipo diferencial". LAJPE Volume 4. No. 3. Diciembre de 2010.

[10] Walsh, G., Tibury, D., Sastry, S., Murray, R., Laumond, J. P., "Stabilization of trajectory for system with nonholonomic constraints", IEEE Trans. Automation and Control, vol. 39, pp. 216-222, enero 1994.

[11] Wang, D. and Xu, G., "Full-State Tracking and Internal Dynamics of Nonholonomic Wheeled Mobile Robots", IEEE ASMAE Trans. on Mechatronics vol. 8, pp. 203-214, junio 2013.