

# Variación de la navegabilidad de un robot *Skid Steer* frente a cambios en la morfología de los remolques acoplados

## Variation of navigability of a skid steer robot against changes in the morphology of coupled trailers

Jesús Marcey García Caicedo<sup>1</sup>  
Jorge Eliezer Martínez Delgado<sup>2</sup>  
Pedro Abraham Yáñez Amestica<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Laboratorio de Prototipos, Universidad Nacional Experimental del Táchira, San Cristóbal, Venezuela. Email: [jmgarcia@unet.edu.ve](mailto:jmgarcia@unet.edu.ve)

<sup>2</sup>Laboratorio de Prototipos, Universidad Nacional Experimental del Táchira, San Cristóbal, Venezuela. Email: [jorge.martinez@unet.edu.ve](mailto:jorge.martinez@unet.edu.ve)

<sup>3</sup>Laboratorio de Prototipos, Universidad Nacional Experimental del Táchira, San Cristóbal, Venezuela. Email: [pedro.yanez@unet.edu.ve](mailto:pedro.yanez@unet.edu.ve)

 OPEN ACCESS



### Copyright:

©2023. La revista *Ingenierías USBmed* proporciona acceso abierto a todos sus contenidos bajo los términos de la licencia creative commons Atribución no comercial SinDerivar 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0)

**Tipo de artículo:** Investigación.

**Recibido:** 21-04-2022.

**Revisado:** 22-09-2022.

**Aprobado:** 11-11-2023.

**Doi:** 10.21500/20275846.5889

### Referenciar así:

J. M. García, J. E. Martínez y P. A. Yáñez, "Variación de la navegabilidad de un robot *Skid Steer* frente a cambios en la morfología de los remolques acoplados," *Ingenierías USBMed*, vol. 14, n.º 1, pp. 3–13, 2023.

### Disponibilidad de datos:

todos los datos relevantes están dentro del artículo, así como los archivos de soporte de información.

### Conflicto de intereses:

los autores han declarado que no hay conflicto de intereses.

**Editor:** Andrés Felipe Hernández.  
Universidad de San Buenaventura, Medellín, Colombia.

**Resumen.** El efecto que produce el acoplamiento de remolques sobre la navegabilidad de robots móviles cuando se desplazan sobre superficies inclinadas no ha sido muy estudiado. Por tanto, en esta investigación se estudia la influencia de algunos factores relacionados con la morfología de los remolques sobre la estabilidad al vuelco, la capacidad de direccionamiento y la propensión al deslizamiento en un robot móvil *Skid Steer* que posee dos remolques acoplados. Específicamente, y con base en resultados de simulación, se consideraron los siguientes factores: tipo de articulación en el acoplamiento, cantidad de cuerpos acoplados, longitud de los remolques y orientación relativa entre los remolques y el tractor. Esto con el propósito de brindar a los desarrolladores de sistemas robot-remolques, parámetros orientativos que les permita configurar estos sistemas de manera más eficiente y lograr un mejor desempeño en cuanto a la navegabilidad se refiere.

**Palabras Clave.** Navegabilidad, robots móviles, estabilidad al vuelco, direccionamiento, deslizamiento hacia abajo, tractor-remolque, terreno inclinado, superación de pendientes.

**Abstract.** The effect produced by the coupling of trailers on the navigability of mobile robots when moving on inclined surfaces has not been extensively studied. Therefore, this research studies the influence of some factors related to the morphology of the trailers on tip-over stability, steering capacity and propensity to slip in a *Skid Steer* mobile robot that has two coupled trailers. Specifically and based on simulation results, the following factors were considered: type of articulation in the coupling, number of coupled bodies, length of the trailers and relative orientation between the trailers and the tractor. This, with the purpose of providing the developers of robot-trailer systems with guiding parameters that allow them to configure these systems more efficiently, and achieve better performance in terms of navigability.

**Keywords.** Navigability, Mobile Robots, Tip-Over Stability, Steerability, Slide-Down, TractorTrailer, Inclined Terrain, Slope Negotiation.

## I. Introducción

El uso de robots móviles con remolques acoplados ha permitido realizar tareas exigentes, ya que los remolques incrementan la capacidad de carga de los robots. De esta manera pueden utilizarse en aplicaciones de agricultura como ayuda en la recolección [1] y traslado de cosechas [2], fumigación de plantas [3] e incluso transporte de fuentes de energía para impulsar el propio vehículo. También se trabaja en otras aplicaciones robotizadas como el transporte de pasajeros en vehículos con remolques acoplados [4].

Para que los robots puedan desarrollar estas tareas y otras más, se han abierto varios frentes de investigación para garantizar el funcionamiento eficiente de los robots con remolques. De esta manera, algunos investigadores han trabajado en el modelado dinámico de robots (también llamado tractor) mientras halan tráileres, ya que la capacidad de movimiento del robot se ve influenciada por fenómenos tales como la fricción y fuerzas inerciales que pueden ser estimados por medio del modelado [5]. A su vez, estos modelos permiten crear sistemas de control eficientes para el seguimiento de trayectorias hacia adelante [6]-[8] o en un caso complejo que es el seguimiento en retroceso o marcha atrás, donde el tractor debe empujar los remolques de una manera efectiva para seguir una trayectoria dada [9]. En este caso, los sistemas defieren si se trata de remolques fuera de eje (*off-axle*) [10] o cuando los remolques tienen configuración en eje (*on-axle*) [11].

Otros trabajos han sido direccionados hacia la planificación de trayectorias. En este caso se pueden mencionar planificadores que permiten generar trayectorias libres de obstáculos para evitar colisiones en el tractor y los remolques [12], [13] mientras aseguran la estabilidad dinámica del vehículo-trailer [14], se entiende que estos sistemas son estables dinámicamente cuando no hay una desviación apreciable de la trayectoria deseada [15], ya sea por exceso de velocidad o por efectos del deslizamiento [16], [17]. Y en el caso de los remolques cuando no existen movimientos indeseados tales como serpenteos o movimientos de navaja. Por último, otros trabajos han apuntado al estudio de la estabilidad al vuelco que permite estimar la propensión al vuelco cuando el robot se enfrenta a inclinaciones de terreno, cargas y efectos inerciales [18].

Este trabajo inicia su enfoque en la evaluación de la estabilidad al vuelco, pero avanza en el estudio de la navegabilidad del robot con los remolques acoplados. A nivel general, la navegabilidad puede definirse como la habilidad del robot para direccionarse y atravesar un terreno de manera segura [19]. Específicamente, la seguridad al atravesar el entorno se obtiene si el robot se desplaza sin volcamiento [20] y sin un deslizamiento total o parcial que lo desvíe de la trayectoria a seguir. Cuantitativamente, la navegabilidad se puede evaluar

a través de tres métricas o índices: un índice de estabilidad que mide la propensión al vuelco ya sea del tractor [21] o los remolques [18]; un índice de direccionamiento que estima la capacidad del tractor para seguir una trayectoria [22] y, finalmente, un índice de deslizamiento, que en el caso del tractor, permite estimar la propensión al deslizamiento total por efecto de las inclinaciones del terreno [23], mientras que en los remolques permite estimar su deslizamiento lateral.

En el caso de los robots *Skid Steer* con remolques acoplados, estos índices fueron definidos y validados ampliamente en [24]. Una vez definidas estas métricas, se desarrolla este trabajo cuyo objetivo es reportar un estudio cuantitativo y fundamentado principalmente en resultados de simulaciones, del efecto sobre la navegabilidad cuando se modifican cuatro factores preponderantes en la morfología de los sistemas robot-remolques: tipo de articulación en el acoplamiento, cantidad de cuerpos acoplados, longitud de los remolques y orientación relativa entre los remolques y el tractor. Esto con el propósito de brindar a los desarrolladores de sistemas robot-remolques parámetros orientativos que permitan configurar estos sistemas de manera eficiente y lograr un mejor desempeño en cuanto a la navegabilidad; este constituye el principal aporte de este trabajo.

## II. Fundamentación teórica

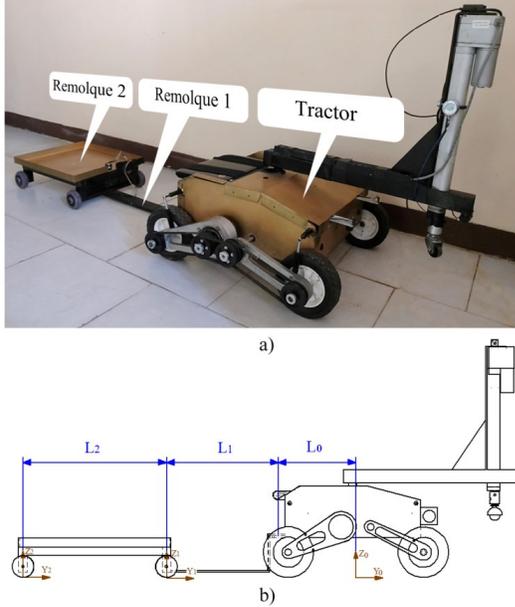
Existen múltiples vehículos que utilizan remolques actualmente, pero en este estudio se definieron un conjunto de limitaciones para hacerlo específico de acuerdo con el tipo de robot disponible. En primer lugar se consideran aquellos sistemas tractor-remolques donde el tractor es un robot móvil que se desplaza a bajas velocidades. De acuerdo con esto, se despreciarán los efectos inerciales [18] y se considerarán solo los factores estáticos que influyen sobre el sistema. Asimismo, se considera que, durante el desplazamiento, las ruedas no poseen un deslizamiento importante sobre la superficie (hasta que se produce el fenómeno de deslizamiento total).

Por tanto, se utiliza como caso de estudio al robot Lázaros (Figura 1a) [25], el cual es un robot mediano de cuatro ruedas (Tabla 1) tipo *Skid Steer* cuyo sistema de locomoción posee dos grados de libertad al igual que los robots diferenciales, pero con una mayor cantidad de puntos de contacto con el suelo lo que produce una mejora en su robustez mecánica y la estabilidad del robot a expensas de mayores pérdidas de energía debido a la fricción [26]. Además, este robot posee un brazo articulado con una rueda como efecto final, el cual es diseñado especialmente para propiciar un punto adicional de contacto con el suelo, pudiendo ser utilizado para mejorar su estabilidad al vuelco y para superar obstáculos.

Por otra parte, en cuanto a los remolques, se analizan aquellos que poseen dos ruedas con enganche localizado en una posición central, es decir, ubicado en

**Tabla 1.** Parámetros dimensionales y peso de LázarO y sus remolques

Parámetro	Magnitud
Peso robot LázarO ( $W_0$ )	255 N
Ancho $\times$ largo de LázarO	398 $\times$ 400 mm
Peso del remolque 1 ( $W_1$ )	4 N
Peso del remolque 2 ( $W_2$ )	21.5 N
Longitud $L_0$	235 mm
Longitud $L_1$	325 mm
Longitud $L_2$	425 mm


**Figura 1.** Robot LázarO con remolques acoplados

el eje longitudinal del tractor y de cada remolque; adicionalmente, estos enganches no están sometidos a condiciones de fricción. De acuerdo con esta premisa, en este trabajo se anexan dos remolques al robot: el primero “fuera de eje” (*off axle*) cuyo enganche permanece detrás del eje de las ruedas traseras del tractor que lo precede; y el segundo “en eje” (*on axle*), ya que el enganche está sobre el eje de las ruedas del primer remolque [4]. Las dimensiones de estos elementos se listan en la Tabla 1 (Figura 1b).

Como se indicó, la navegabilidad en este trabajo se evalúa con base en tres métricas definidas en [24], que toman en consideración el efecto de las inclinaciones del terreno sobre la navegabilidad del robot junto con sus remolques. Ahora, para utilizar correctamente estas métricas se hace necesario definir un conjunto de parámetros en el tractor y los remolques: en primer lugar se asigna una numeración a cada componente del sistema: los remolques son numerados desde  $i = 1$  (remolque acoplado inmediatamente al tractor) hasta el último (remolque  $n$ , Figura 1). De igual manera se identifican las articulaciones en los enganches, siendo  $A_1$  la articulación que vincula al remolque 1 con el tractor,

hasta  $A_n$  (última articulación). Asimismo, se definieron los sistemas de referencias locales en los remolques: desde  $X_1Y_1Z_1$  para el remolque 1 hasta  $X_nY_nZ_n$  para el remolque  $n$ . Dichos sistemas de referencia se ubican en el punto medio de la línea que une los puntos de contactos de las ruedas con el terreno en cada remolque (Figura 2a y b). En el caso del tractor (robot LázarO) se establece el sistema de referencia local del robot  $X_0Y_0Z_0$  en el centro geométrico del polígono delimitado por los cuatro puntos de contacto de las ruedas con el terreno (Figura 2c).

Adicionalmente, se identifican las ruedas de cada remolque:  $w_{1i}$  y  $w_{2i}$ , donde  $i = 1 \dots n$  ( $n = 2$  para el caso de estudio). En el caso del tractor, el orden en la numeración de las cuatro ruedas ( $w_1 - w_4$ ) se muestra en la Figura 2c. Finalmente, cuando el robot y los remolques transitan por una superficie inclinada, sus sistemas de referencia locales poseen una inclinación respecto al plano horizontal, definida por los ángulos de navegación *roll* ( $\alpha_i$ ) y *pitch* ( $\phi_i$ ), donde  $i$  corresponde a 0 para el tractor e  $i = 1 \dots n$  para los remolques. Con base en esta nomenclatura se cuantifican los tres índices de navegabilidad que se describen a continuación.

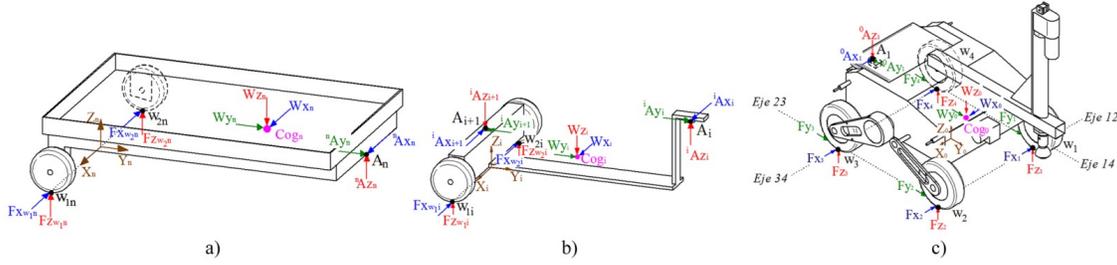
### A. Índice de estabilidad al vuelco

Esta métrica normalizada [24] permite estimar el momento cuando el robot o los remolques experimentan el fenómeno del vuelco de forma inminente. Para su definición se consideran las fuerzas de reacción entre las ruedas del robot [27] o los remolques con el suelo. En el caso del robot, cuando la suma de las fuerzas normales de reacción ( $F_{mn}$ ) en un eje de vuelco (línea imaginaria que une dos ruedas consecutivas  $m$  y  $n$ , por ejemplo, eje 12, ver Figura 2c) tiende a cero ( $F_{mn} = F_{z_m} + F_{z_n} \approx 0$ ) se produce el fallo. Para los remolques con articulación esférica, solo es necesario que la fuerza normal de reacción en una rueda tienda a cero ( $F_{z_{w_{1i}}} \text{ o } F_{z_{w_{2i}}}$ , ver Figura 2b) para producirse su vuelco.

Además, por ser una métrica normalizada adquiere magnitudes entre 1 y 0: 1 cuando el robot o los remolques están en la condición de máxima estabilidad y 0 cuando está iniciando el proceso de volcamiento. Dicha normalización se logra al dividir la mínima fuerza de reacción en los ejes de vuelco (en el tractor) o en las ruedas (en los remolques) entre la mínima fuerza de reacción que ocurre cuando este sistema está en su máxima condición de estabilidad ( $\alpha_i = \phi_i = 0^\circ$ ). Este índice se cuantifica para el tractor a través de (1) y para los remolques con articulación esférica, a través de (2):

$$I_{t_0} = \frac{\min(F_{14}, F_{23}, F_{12}, F_{34})}{[\min(F_{14}, F_{23}, F_{12}, F_{34})]_{\alpha=\varphi=0^\circ}} \quad (1)$$

$$I_{t_i} = \frac{\min(F_{z_{w_{1i}}}, F_{z_{w_{2i}}})}{[\min(F_{z_{w_{1i}}}, F_{z_{w_{2i}}})]_{\alpha=\varphi=0^\circ}} \quad (2)$$



**Figura 2.** Nomenclatura y fuerzas de reacción en el robot Lázaro y los remolques acoplados

En estos casos, las ecuaciones para determinar las fuerzas de reacción en el robot Lázaro ( $F_{mn}$ ) y sus remolques ( $F_{z_{w_1 i}}$  o  $F_{z_{w_2 i}}$ ), están plenamente definidas en [24]. Finalmente cabe acotar que, en el caso del enganche cilíndrico, aparecen las restricciones relacionadas con el tipo de articulación que no permiten el vuelco individual de cada componente de la cadena; entonces no es necesario evaluar la posibilidad de vuelco para cada remolque, solo evaluando el índice de estabilidad del tractor por medio de (1) es suficiente para estimar el vuelco de la cadena de remolques.

### B. Índice de direccionamiento

Esta métrica permite estimar la capacidad que tiene el robot para alterar su orientación de acuerdo con una trayectoria previamente definida; solo es útil en el caso del tractor, ya que este es quien genera el movimiento y cambios de trayectoria a diferencia de los remolques que son elementos pasivos. Para su definición también pueden emplearse las fuerzas de reacción en el robot [21], ya que al tratarse de un robot *Skid Steer* el direccionamiento será posible siempre y cuando exista fricción en las ruedas a causa del contacto de las mismas con el terreno. Específicamente, este índice ( $I_{s_0}$ ) se definió en [24] utilizando las sumatorias de las fuerzas que actúan sobre los ejes de vuelco laterales del robot (Ejes 14 y 23, Figura 2c), dividido entre el valor mínimo que pueden tener dichas reacciones cuando el robot se encuentra en su posición más estable, es decir, sobre un plano horizontal (3), así:

$$I_{s_0} = \frac{\text{mín}(F_{14}, F_{23})}{[\text{mín}(F_{14}, F_{23})]_{\alpha=\varphi=0^\circ}} \quad (3)$$

Respecto a la utilidad e interpretación de esta métrica, investigaciones previas han determinado que para robots *Skid Steer*, la respuesta al direccionamiento no se ve afectada cuando  $I_s > 0.5$ , mientras que para magnitudes más bajas ocurre una rápida degradación en la capacidad de direccionamiento [23].

### C. Índice de deslizamiento

El deslizamiento en robots *Skid Steer* es un fenómeno complejo que induce a estos robots a desplazarse sin una rodadura perfecta y a tener pequeños desplazamientos laterales a consecuencia del deslizamiento. A

pesar de ello, estos robots pueden desplazarse para seguir una trayectoria a excepción del caso cuando se produce un deslizamiento total, principalmente por la inclinación del terreno, el cual puede originar una pérdida completa de la trayectoria por deslizamiento hacia abajo o simplemente, impedir el avance del robot. Esta métrica definida en [24], predice el inicio del deslizamiento total en el tractor por efecto de la inclinación del terreno y toma en consideración el efecto de los remolques sobre el robot. En este caso:

$$I_{d_0} = \frac{|\mu_s (W_{z_0} + {}^0A_{z_1})| - \sqrt{(W_{x_0} - {}^0A_{x_1})^2 + ({}^0A_{y_1} - W_{y_0})^2}}{|\mu_s (W_{z_0} + {}^0A_{z_1})|} \quad (4)$$

Donde  $\mu_s$  es el coeficiente de fricción estático entre las ruedas y el suelo; ( $W_{x_0}, W_{y_0}, W_{z_0}$ ) son las componentes del vector peso ( $\vec{W}_0$ ) del robot y ( ${}^0A_{x_1}, {}^0A_{y_1}, {}^0A_{z_1}$ ) son las componentes de las fuerzas de reacción en la articulación  $A_1$  que une el robot con el primer remolque; todas definidas respecto al sistema de referencia  $X_0 Y_0 Z_0$ . Las ecuaciones para cuantificar estas variables en el robot Lázaro, están plenamente definidas en [24].

Ahora en el caso de los remolques, en [24] también se define un índice para evaluar su propensión al deslizamiento en dirección transversal, el cual permite cambiar su orientación en dirección *yaw* de manera abrupta e indeseada respecto al tractor. Al respecto, cabe resaltar que no se estudia el deslizamiento en dirección longitudinal, ya que en este trabajo se asume que los remolques son más livianos que el tractor, por lo que el deslizamiento en esta dirección depende del desempeño propio del robot, que puede retenerlos o propiciar un deslizamiento prematuro de los remolques que son halados por el tractor. El índice de deslizamiento para el último remolque ( $I_{d_n}$ ) queda definido por (5) y para los remolques intermedios ( $I_{d_i}$  con  $i = 1, 2, \dots, n-1$ ) se obtiene a través de (6):

$$I_{d_n} = \frac{|\mu_s (W_{z_n} - {}^nA_{z_n})| - \left| \frac{W_{x_n} (Y_{A_n} - Y_{Cogn}) + W_{y_n} X_{Cogn}}{Y_{A_n}} \right|}{|\mu_s (W_{z_n} - {}^nA_{z_n})|} \quad (5)$$

$$I_{d_i} = \frac{|\mu_s (W_{z_i} + {}^iA_{z_{i+1}} - {}^iA_{z_i})|}{|\mu_s (W_{z_i} + {}^iA_{z_{i+1}} - {}^iA_{z_i})|} \cdot \frac{|W_{x_i}(Y_{A_i} - Y_{C_{og_i}}) + W_{y_i}X_{C_{og_i}} - {}^iA_{x_{i+1}}Y_{A_i}|}{|Y_{A_i}|} \cdot \frac{1}{|\mu_s (W_{z_i} + {}^iA_{z_{i+1}} - {}^iA_{z_i})|} \quad (6)$$

En la definición de  $I_{d_n}$  por medio de (5), las variables utilizadas corresponden a: las componentes del vector peso  $\vec{W}_n$  de este remolque ( $W_{x_n}, W_{y_n}, W_{z_n}$ ), las coordenadas de posición de su centro de gravedad ( $X_{C_{og_n}}, Y_{C_{og_n}}$ ), la componente de fuerza de la articulación  $A_n$  en dirección  $Z_n$  ( ${}^nA_{z_n}$ ) y la coordenada  $Y$  de esta articulación ( $Y_{A_n}$ ). Todas las variables están definidas en el sistema de referencia  $X_n Y_n Z_n$ . De igual manera, en la cuantificación de  $I_{d_i}$  para los remolques intermedios (i) utilizando a (6), se presentan las mismas variables, pero definidas en su propio sistema de referencia  $X_i Y_i Z_i$ . En este punto cabe resaltar que, para los remolques acoplados con articulación cilíndrica,  ${}^0A_{z_1} = {}^iA_{z_{i+1}} = {}^iA_{z_i} = {}^nA_{z_n} = 0$ . En este caso, las ecuaciones para cuantificar estas variables en el caso de los remolques acoplados al robot Lázaro, están definidas en [24].

Finalmente cabe destacar que estos índices tal como se han definido pueden ser utilizados para otros robots *Skid Steer* (orugas o ruedas), considerando que la definición de las fuerzas de reacción entre las ruedas del tractor y remolques con el suelo, así como las reacciones en los enganches, deberán calcularse de manera particular utilizando las ecuaciones clásicas de la mecánica de Newton y considerando las diferencias particulares de cada robot, entre las que destacan: dimensiones, peso, posición del centro de gravedad, coeficiente de fricción entre las ruedas y el suelo, y otros elementos particulares que pudieran estar presentes como cargas externas en el caso de manipuladores móviles.

### III. Resultados

Para analizar a fondo el comportamiento de los índices propuestos para evaluar la navegabilidad en un robot *Skid Steer* de cuatro ruedas con remolques acoplados, se estudió el efecto que tienen distintas variables relacionadas con la configuración de esta cadena cinemática: el tipo de articulación, el número de cuerpos presentes, la orientación relativa entre los mismos y la ubicación de las articulaciones que los vinculan (longitud de los remolques).

Para ello se utilizó un modelo del robot Lázaro junto con sus remolques acoplados: el primero “fuera de eje” y el segundo “en eje” (Figura 2); desarrollado tratando de reproducir las características del acoplamiento listadas en la Tabla 1. Luego, se realizaron 30 simulaciones empleando el software MSC ADAMS, donde se alteraron las variables mencionadas para contrastar el efecto de estas sobre la navegabilidad del robot. Cabe resaltar que estas simulaciones se hicieron considerando remolques

de poco peso y con un centro de gravedad bajo, que son el tipo de remolques que utiliza el robot Lázaro. Otras condiciones no fueron cubiertas en este trabajo.

#### A. Efecto del tipo de articulación

En este caso realizaron 12 simulaciones donde la única variación a considerar es el tipo de articulación empleada en los remolques (esférica o cilíndrica). Para estudiar el efecto sobre los índices de estabilidad y de deslizamiento se simuló el robot desplazándose en línea recta sobre una pista mientras se iba variando su ángulo de pendiente (Figura 3) en dirección *roll* ( $\alpha$ ). Se asignó un  $\mu_s$  (igual para todos los cuerpos) apropiado para cada tipo de prueba a considerar:  $\mu_s = 6$  para evaluar la estabilidad (un  $\mu_s$  alto evita el deslizamiento) y  $\mu_s = 0.1$  para la prueba de deslizamiento.



Figura 3. Prueba realizada en ADAMS para verificar la navegabilidad del robot con remolques

En la Figura 4a se observan las curvas del índice de estabilidad pertenecientes al robot ( $I_{t_0}$ ) al utilizar ambos tipos de articulación. En este caso, se observa un comportamiento similar en  $I_{t_0}$  para ambos tipos de enganche, el cual disminuye en la medida que aumenta la inclinación de la pista. Pero se demuestra que con la articulación de tipo cilíndrica el vuelco ocurre cuando  $\alpha = 41^\circ$  en comparación con la articulación esférica donde el vuelco se presentó a los  $39^\circ$ . Entonces, se evidencia que la dependencia entre los cuerpos manifestada en la articulación cilíndrica produce una estabilidad concatenada en el conjunto, ya que en este caso todos los cuerpos deben volcar a la vez y debido a la mayor estabilidad en los remolques (por su centro de gravedad bajo) esa condición se transmite hasta el robot mejorando su estabilidad, a diferencia de la articulación esférica donde cada cuerpo vuelca de manera independiente.

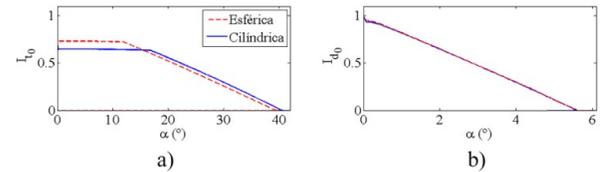


Figura 4. Resultados de simulación ( $I_{t_0}$  e  $I_{d_0}$ ) con diferente articulación

Ahora, esta ventaja aparente de la articulación cilíndrica solo se manifiesta cuando los remolques tienen buena estabilidad, en caso contrario induciría un vuelco prematuro en el robot como consecuencia de la menor estabilidad en los remolques. Por otra parte, se

debe recordar que la articulación cilíndrica está limitada para su uso en suelos planos, en caso de suelos irregulares la articulación esférica permite al conjunto amoldarse de manera apropiada frente a las ondulaciones del terreno.

A continuación, la Figura 4b muestra el índice de deslizamiento del robot ( $I_{d_0}$ ) al utilizar los dos tipos de articulación. En esta oportunidad no se observan diferencias considerables en ambos casos, ya que la componente de la fuerza en las articulaciones  $A_z$ , la cual produciría la diferencia entre ambos índices, es muy pequeña considerando que los remolques son livianos respecto al robot (en este caso), por lo tanto, su influencia es menor. Aparte, solo se observa la disminución de  $I_{d_0}$  en la medida que  $\alpha$  aumenta hasta alcanzar el deslizamiento cuando  $I_{d_0} \approx 0$ .

Por último, para el estudio del índice de direccionamiento ( $I_{s_0}$ ), se hicieron dos tipos de simulaciones: en la primera, el conjunto robot-remolques se desplazaba en línea recta a lo largo de la pista mostrada en la Figura 3, la cual estaba inclinada con ángulos fijos  $\lambda = 0^\circ$ ,  $10^\circ$  y  $15^\circ$  (un ángulo diferente en cada simulación). En el segundo tipo de pruebas, la configuración de la pista fue igual, pero el conjunto se desplazaba siguiendo una trayectoria circular. Cabe destacar que para el segundo tipo de pruebas se utilizó el índice de direccionamiento promedio ( $I_{s_0 \text{ prom}}$ ), debido a que esta métrica es variable cuando sigue una trayectoria circular de acuerdo a la orientación del robot, que produce cambios en sus ángulos *roll* ( $\alpha$ ) y *pitch* ( $\phi$ ). Para estas experiencias se utilizó un  $\mu_s = 1$ .

En la Figura 5a se exponen los resultados para las simulaciones en trayectoria recta. En este caso, se visualiza un mayor índice correspondiente a la articulación cilíndrica, cuyas restricciones contribuyen a equilibrar las fuerzas de reacción normal en los ejes de vuelco laterales ( $F_{14}$  y  $F_{23}$ ) que definen a  $I_{s_0}$  (frente a cambios de  $\alpha$ ). Ahora, en la prueba sobre trayectoria circular (Figura 5b) se encontró que la diferencia entre  $I_{s_0 \text{ prom}}$  es menor, pero se recuerda que en esta prueba también se incluyen variaciones de  $\phi$ , las cuales no influyen en  $I_{s_0}$  (no afectan a  $F_{14}$  y  $F_{23}$ ). Por tanto, se puede afirmar que la articulación cilíndrica generará un mayor  $I_s$  que será más evidente ante variaciones del ángulo  $\alpha$ .

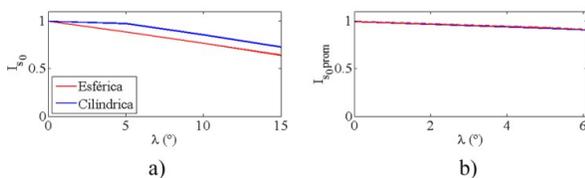


Figura 5. Evaluación de  $I_{s_0}$  con diferente articulación

## B. Cantidad de cuerpos conectados

En este caso se repitieron las simulaciones empleadas en el apartado anterior, pero disminuyendo la canti-

dad de remolques y evaluando los índices de navegabilidad para el robot Lázaro. Para estudiar la estabilidad al vuelco se trabajó nuevamente con la pista de la Figura 3, cuya inclinación aumentaba progresivamente mientras el conjunto robot-remolques se desplazaba con  $\mu_s = 6$  (para evitar el deslizamiento antes que el vuelco). En el caso del ensamble con articulación cilíndrica (Figura 6a) se encontró que el fenómeno del vuelco ocurre con una inclinación de  $41^\circ$  al utilizar 2 remolques,  $40^\circ$  al utilizar un remolque y  $39^\circ$  cuando se desplaza el robot sin remolques.

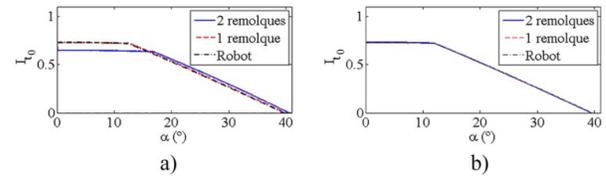
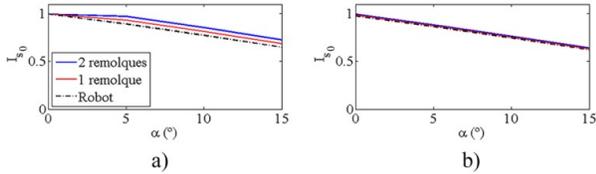


Figura 6. Evaluación de  $I_{t_0}$  con diferente cantidad de cuerpos

Como ya se explicó, en la articulación cilíndrica se produce una estabilidad concatenada en el conjunto, que en este caso favorece la estabilidad del robot debido al bajo centro de gravedad de los remolques, que influyen positivamente para evitar el vuelco del robot. Adicionalmente, no se observaron grandes diferencias en el índice de estabilidad del robot cuando se utiliza la articulación esférica (Figura 6b), ya que los grados de libertad otorgados por este tipo de articulación hacen que el robot tenga un comportamiento más independiente respecto al vuelco, sin importar la cantidad de remolques acoplados a él.

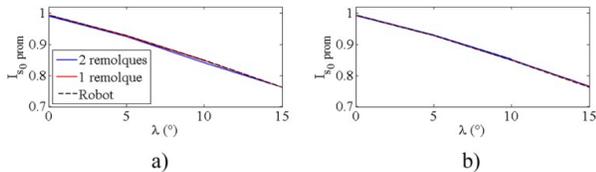
Por otra parte, para evaluar el índice de direccionamiento ( $I_s$ ) se repitieron las simulaciones variando la trayectoria (recta y circular) sobre la superficie de la Figura 3 mientras su inclinación cambió con ángulos fijos  $\lambda = 0^\circ$ ,  $10^\circ$  y  $15^\circ$ ; en este caso se consideró  $\mu_s = 1$  para todos los cuerpos. Al evaluar los resultados se observó que en la prueba de trayectoria recta existe una mayor diferencia en el comportamiento de  $I_{s_0}$  para el caso de la articulación cilíndrica (Figura 7a), debido a la contribución de fuerzas generadas en el acoplamiento de los remolques (principalmente relacionadas con la componente del peso  $W_{x_i}$ ) el robot logra mantener una mayor capacidad para seguir la trayectoria recta. Por otra parte, en el caso correspondiente a la articulación esférica (Figura 7b) no se observa una diferencia mayor debido a la independencia entre cuerpos que proporcionan los grados de libertad de este tipo de articulación; sin embargo, se puede apreciar levemente una mejora en la capacidad de mantener esta trayectoria al poseer remolques acoplados.

Por otro lado, en la Figura 8 se muestran los resultados correspondientes a la prueba en trayectoria circular con articulación cilíndrica (Figura 8a) y esférica (Figura 8b) donde se calculó  $I_{s_0 \text{ prom}}$  para cada prueba ( $\alpha$



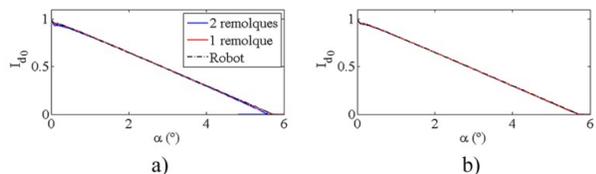
**Figura 7.** Evaluación de  $I_{s_0}$  con diferente cantidad de cuerpos (Trayectoria recta)

y  $\phi$  varían constantemente en la trayectoria curva). En este caso se observó un comportamiento semejante con o sin remolques acoplados, ya que durante la trayectoria curva la componente  $W_{x_i}$  del peso en los remolques disminuye o tiende a cero durante un buen trayecto, originando que el efecto del peso del remolque sea menor sobre las fuerzas que inciden en  $I_{s_0}$ . A partir de ambas pruebas se puede inferir que el efecto sobre  $I_{s_0}$  es notorio, principalmente por cambios en el ángulo *roll* y que la cantidad de remolques acoplados influye sobre  $I_{s_0}$ , haciendo que se incrementen las fuerzas normales de reacción sobre las ruedas del robot trayendo como efecto, una mejora en el agarre con el suelo lo cual se traduce en una mejor capacidad de direccionarse.



**Figura 8.** Evaluación de  $I_{s_0}$  con diferente cantidad de cuerpos (Trayectoria circular)

Aparte, para evaluar el índice de deslizamiento  $I_{d_0}$  se efectuaron dos pruebas; en ambas  $\mu_s = 0.1$  para el robot Lázaro y  $\mu_s = 3$  para los cuerpos restantes (evitando el deslizamiento de los remolques, puesto que se quiere evaluar el robot). En la primera prueba, diseñada para remolques con articulación cilíndrica, el robot se desplazaba en línea recta sobre la pista mostrada en la Figura 3 mientras la inclinación de la pista se incrementaba continuamente afectando su ángulo *roll*. Al evaluar  $I_{d_0}$  se encontró que existe una mínima mejora en el caso de la articulación cilíndrica cuando no posee remolques acoplados (Figura 9a).



**Figura 9.** Evaluación de  $I_{d_0}$  con diferente cantidad de cuerpos

En la segunda prueba, diseñada para remolques con articulación esférica, el robot se desplazaba en línea

recta sobre una superficie con doble inclinación (en dirección  $\alpha$  y  $\phi$ , Figura 10). En este caso no se apreció una diferencia palpable en  $I_{d_0}$  sin importar la cantidad de remolques acoplados (Figura 9b). Esto indica que el efecto del remolque es pequeño en dirección transversal, ya que cada cuerpo mantiene su agarre con el suelo a pesar de la articulación. Dicho equilibrio se perderá una vez que un cuerpo comience a deslizarse.



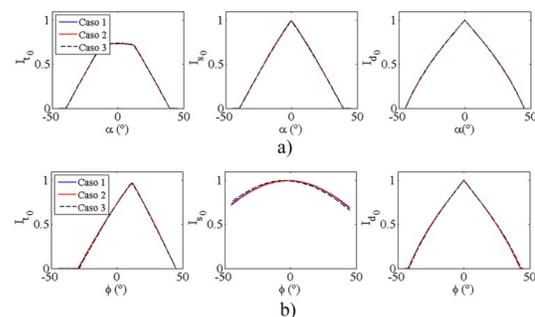
**Figura 10.** Pista de pruebas para evaluar  $I_{d_0}$

### C. Longitud de los remolques

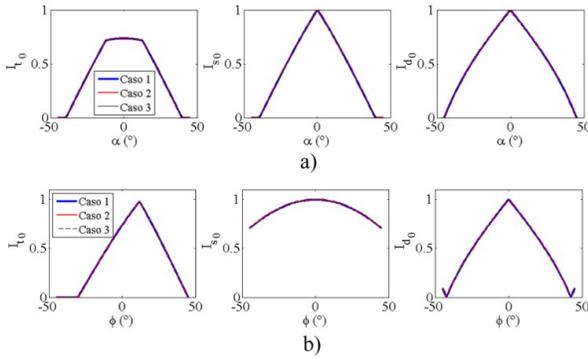
En esta experiencia se modificaron las longitudes  $L_1$  y  $L_2$  en los remolques (ver Figura 1b) manteniendo constante la posición del centro de gravedad de cada remolque respecto a su propio sistema de referencia  $X_i Y_i Z_i$ . Además, se plantearon tres casos:

- Caso 1: dimensiones reales de  $L_1$  y  $L_2$ .
- Caso 2: incrementando en 50% a  $L_1$  y  $L_2$ .
- Caso 3: disminuyendo en 50% a  $L_1$  y  $L_2$ .

También se efectuaron pruebas separadas sobre la superficie mostrada en la Figura 3, que se inclinaba progresivamente en dirección *roll* (con  $\phi = 0^\circ$ ) o *pitch* (con  $\alpha = 0^\circ$ , ver Figura 16a). En el caso del robot, los resultados se presentan en la Figura 11 cuando el acoplamiento se realiza con articulación esférica y en la Figura 12 cuando la articulación es de tipo cilíndrica (en la subfigura a) se grafican los resultados cuando varía  $\alpha$  y en la subfigura b) cuando varía  $\phi$ ). A nivel general se observa que no existe una diferencia mayor cuando varían las distancias  $L_1$  y  $L_2$ , principalmente debido a la gran diferencia de peso existente en este sistema particular, ya que el robot presenta una masa mucho mayor respecto a los remolques en conjunto. Solo cabe resaltar que el índice de direccionamiento resulta ser más sensible frente a la variación de  $\alpha$  en comparación con los cambios en  $\phi$ .



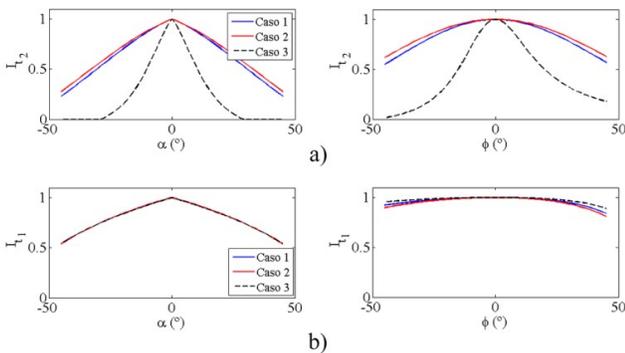
**Figura 11.** Evaluación de  $I_{t_0}$ ,  $I_{s_0}$  e  $I_{d_0}$  para el robot con articulación esférica, variando  $L_1$  y  $L_2$



**Figura 12.** Evaluación de  $I_{t_0}$ ,  $I_{s_0}$  e  $I_{d_0}$  para el robot con articulación cilíndrica, variando  $L_1$  y  $L_2$

En este apartado, se estudiaron adicionalmente a los remolques, puesto que la variación de las distancias  $L_1$  y  $L_2$  afecta directamente su navegabilidad. En el caso de los remolques con articulación esférica se encontró que el índice de estabilidad en el remolque 2 ( $I_{t_2}$ ) varía notablemente al cambiar  $L_1$  y  $L_2$ , incluso llegando a la condición de vuelco ( $I_{t_2}=0$ ) en el caso 3, cuando  $\alpha$  varía y alcanza el valor de  $\alpha \approx \pm 30^\circ$  (Figura 13a), esto debido al incremento de la componente  $Z_n$  de fuerza de reacción en la articulación ( ${}^nA_{z_n}$ ), que ocasiona una mayor diferencia entre las fuerzas de reacción en las ruedas del remolque lo cual le conduce a la condición de vuelco.

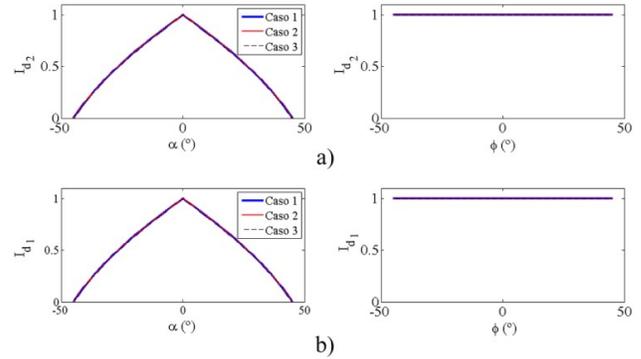
Este fenómeno también se observa cuando varía  $\phi$ , pero no de una manera tan pronunciada. Asimismo, en la Figura 13b se muestran los resultados de  $I_{t_1}$  (remolque 1) variando  $\alpha$  y  $\phi$ . En este caso, no se observa un efecto significativo al modificar las distancias  $L_1$  y  $L_2$ , ya que este remolque en particular tiene un centro de gravedad muy bajo y es el más liviano del sistema, lo que le permite evitar el vuelco aun cuando el remolque 2 si lo experimenta.



**Figura 13.** Evaluación de  $I_{t_2}$  e  $I_{t_1}$  para remolques 1 y 2 con articulación esférica, variando  $L_1$  y  $L_2$

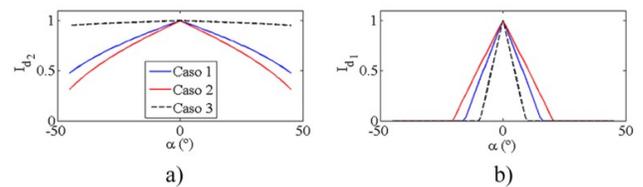
Por otra parte, respecto al índice de deslizamiento transversal en los remolques ( $I_{d_2}$  e  $I_{d_1}$ ) se encontró, en primer lugar, que este es afectado grandemente por la variación de  $\alpha$  tanto en el remolque 2 (Figura 14a) como

en el remolque 1 (Figura 14b), pero es invariable frente a cambios de  $\phi$  puesto que la inclinación en esta dirección no genera fuerzas que induzcan a este tipo de deslizamiento. Ahora, cuando se analiza el efecto, debido a la variación de  $L_1$  y  $L_2$ , se encontró que  $I_d$  es independiente de los cambios en estas distancias. Específicamente se encontró que para el remolque 2,  $I_{d_2} = (\mu_s \cos \alpha - \sin \alpha) / (\mu_s \cos \alpha)$  (cuando  $\phi = 0^\circ$ ) el cual es independiente de  $L_1$  y  $L_2$ . Igual sucede para el remolque 1.



**Figura 14.** Evaluación de  $I_{d_2}$  e  $I_{d_1}$  para remolques 1 y 2 con articulación esférica, variando  $L_1$  y  $L_2$

Finalmente, en el caso de los remolques con articulación cilíndrica, solo es válido analizar el deslizamiento transversal. En este caso se encontró que este índice no está afectado por variaciones de  $\phi$  (al igual que en la articulación esférica), sino por variaciones en  $\alpha$  (Figura 15). Ahora, respecto a la variación de  $L_1$  y  $L_2$  se encontró que en el último remolque (remolque 2), una disminución  $L_2$  (caso 3) favorece el incremento de  $I_{d_2}$  puesto que con una  $L_2$  menor disminuye el brazo de acción del torque que genera la componente  $W_{x_2}$  del peso del remolque, provocando un menor efecto de deslizamiento.

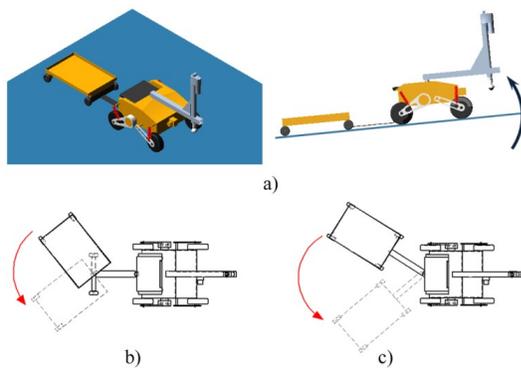


**Figura 15.** Evaluación de  $I_{d_2}$  e  $I_{d_1}$  para remolques 1 y 2 con articulación cilíndrica, variando  $L_1$  y  $L_2$

Luego, en el caso del remolque 1 el efecto es inverso (una disminución de  $L_1$  y  $L_2$  produce una caída en  $I_{d_1}$ ) debido a la componente  ${}^nA_{x_n}$  de la fuerza en la articulación que vincula ambos remolques, la cual aumenta en la medida que  $L_2$  disminuye, haciendo que su contribución al deslizamiento sea mayor, lo cual se traduce en una menor magnitud de  $I_{d_1}$ . En resumen, la disminución de  $L_1$  y  $L_2$  desfavorece la navegabilidad en los remolques (a excepción del deslizamiento en el último remolque conectado con articulación cilíndrica).

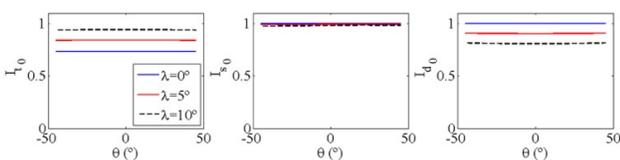
#### D. Orientación entre remolques y el tractor

En esta prueba no se cambió la morfología del sistema robot-remolques, sino la orientación relativa de los remolques mientras el robot ascendía sobre una pendiente, mostrada en la Figura 16a cuyo ángulo de inclinación  $\lambda$  se fijó en  $0^\circ$ ,  $5^\circ$  y  $10^\circ$  para diferentes pruebas. Luego, en cada una se cambió la orientación relativa de los remolques en dirección *yaw* considerando dos situaciones: en el caso 1, solo cambia la orientación en el remoque 2 con un yaw relativo ( $\theta$ ) desde  $-45^\circ$  a  $45^\circ$  (Figura 16b) y en el caso 2 ambos remolques están alineados con  $\theta$  respecto al robot desde  $-45^\circ$  a  $45^\circ$  (Figura 16c). En cada prueba, el ángulo  $\phi_0$  del robot no varía cumpliéndose que  $\phi_0 = \lambda$ ; ( $\alpha_0 = 0^\circ$ ) a diferencia de los remolques cuyos ángulos  $\alpha$  y  $\phi$  son variables en función del ángulo relativo  $\theta$ .



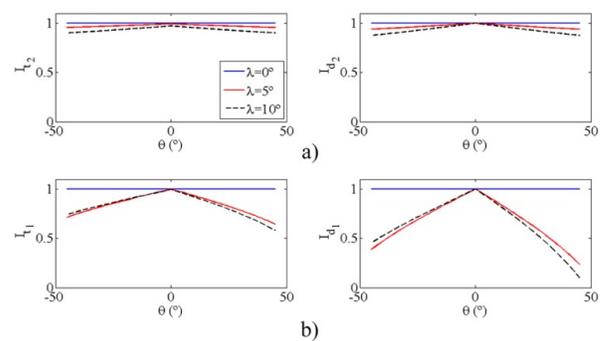
**Figura 16.** Configuración de las pruebas cambiando la orientación de los remolques

Al analizar los resultados se encontró que en cualquiera de los dos casos y con los remolques conectados, ya sea con articulación cilíndrica o esférica, los tres índices de navegabilidad en el robot no variaron perceptiblemente respecto de la orientación adquirida por uno o los dos remolques (Figura 17), solo  $I_{t_0}$  e  $I_{d_0}$  sufrieron variaciones por los cambios en  $\phi_0$  (que se modificó entre prueba) mientras que  $I_{s_0}$  no sufrió cambios apreciables ya que este es invariable frente a cambios de  $\phi$  (es sensible ante cambios de  $\alpha$ ). Esto debido a la gran diferencia de peso entre el tractor y los remolques (Tabla 1), la cual es suficiente para evitar que la orientación relativa entre los remolques afecte significativamente la navegabilidad del tractor (solo en este caso particular de estudio). Si los remolques fuesen más pesados se observaría una disminución de estos índices en la medida que  $\theta$  fuese mayor.



**Figura 17.** Efecto de la variación de  $\theta$  en  $I_{t_0}$ ,  $I_{s_0}$  e  $I_{d_0}$

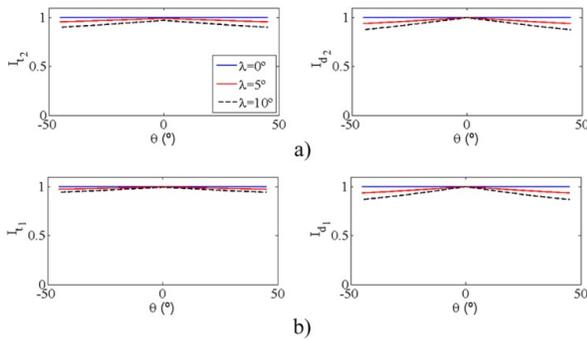
Continuando con el análisis de los remolques a nivel general (Figura 18–20) se observa que cuando  $\lambda = 0^\circ$ , los índices son cercanos a 1, lo cual es lógico, ya que ese  $\lambda$  corresponde a suelo horizontal donde el riesgo de vuelco y deslizamiento es mínimo, pero cuando  $\lambda \neq 0^\circ$  (hay inclinación en el terreno) y  $\theta \neq 0^\circ$  (hay desalineación de los remolques respecto al tractor) se produce una disminución de todas las métricas que desmejoran en la medida que  $\theta$  se aleja de  $0^\circ$ . En principio esto ocurre, ya que ese cambio en  $\theta$  se traduce en un incremento de  $\alpha$  que como se ha explicado origina una mayor propensión al deslizamiento transversal en los remolques, mientras que en el caso de la estabilidad al vuelco, un incremento de  $\lambda$  y  $\alpha$  se traducen en una posición más inclinada para el remoque, el cual se traduce en la disminución de  $I_{t_i}$ .



**Figura 18.** Evaluación de  $I_{t_i}$  e  $I_{d_i}$  para remolques con articulación esférica, variando  $\theta$  en solo en el remoque 2

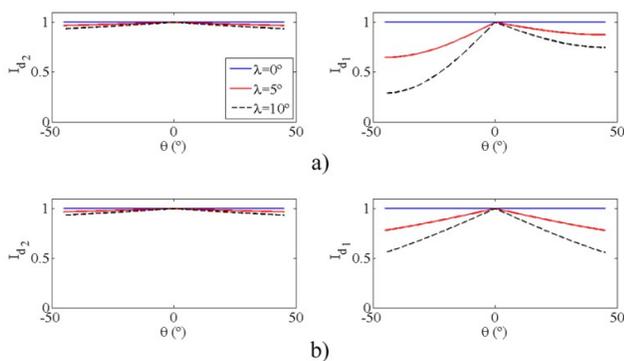
Ahora, se analizó la configuración específica de remolques con articulación esférica. En el caso 1 (solo cambia la orientación en el remoque; 2) se consigue que los índices de estabilidad ( $I_{t_2}$ ) y deslizamiento ( $I_{d_2}$ ) del remoque 2 disminuye (Figura 18a) naturalmente de acuerdo a la premisa explicada previamente. Pero cabe destacar el caso del remoque 1, cuyos índices  $I_{t_1}$  e  $I_{d_1}$  disminuyen de manera más pronunciada (Figura 18b) aun cuando este remoque no cambió de orientación (el cambio de  $\theta$  corresponde solo al remoque 3); esto sucede debido a la influencia del peso en el remoque 2 sobre el remoque 1, ya que en este caso de estudio el peso del remoque 2 es mucho mayor que el perteneciente al remoque 1, haciendo a este último más susceptible a experimentar variaciones en  $I_{t_1}$  e  $I_{d_1}$ , aun cuando solo se mueve el remoque 2.

Un comportamiento diferente ocurre en el caso 2 (ambos remolques alineados con  $\theta$  diferente frente al tractor), ya que ambos remolques poseen un comportamiento similar en sus índices  $I_{t_i}$  e  $I_{d_i}$  (remoque 2: Figura 19a y remoque 1: Figura 19b), esto debido a la inclinación semejante en ambos remolques, lo que evita que el remoque 2 arrastre al remoque 1 haciendo que este último mantenga un estado más estable dependiente solo de los cambios en la inclinación del terreno.



**Figura 19.** Evaluación de  $I_{t_i}$  e  $I_{d_i}$  para remorques con articulación esférica, variando  $\theta$  en solo en remorques 1 y 2

Ahora, en el caso de la articulación cilíndrica, solo es válido analizar el deslizamiento transversal de los remorques. En el caso 1 (Figura 20a) el remorque 2 varía su  $I_{d_2}$  solo por efecto del cambio de pendiente, pero el remorque 1 varía notablemente su  $I_{d_1}$  aún cuando no ha modificado su orientación, esto debido a la susceptibilidad del remorque 1 con respecto al remorque 2 por la diferencia de masa entre ambos. Luego, en el caso 2 (Figura 20b) el último remorque exhibe su  $I_{d_2}$  con un comportamiento similar al caso 1 (los cambios de pendiente se mantienen), pero en el remorque 1 se produce una disminución de  $I_{d_1}$  aunque no tan pronunciada como en el caso 1, lo cual permite afirmar que es mejor mantener los remorques alineados aun cuando exista inclinación en el terreno.



**Figura 20.** Evaluación de  $I_{d_i}$  para remorques con articulación cilíndrica, variando  $\theta$  en: a) remorque 2; b) remorques 1 y 2

#### IV. Conclusiones

Para robots *Skid Steer* acoplados con remorques de poca masa y bajo centro de gravedad, se encontró que la articulación esférica es más flexible y permite al sistema robot-remorques acoplarse de mejor manera a los terrenos irregulares; pero la articulación cilíndrica, al poseer restricciones que producen codependencia entre el robot y sus remorques permite mejorar la estabilidad del robot (siempre que los remorques tengan centro de gravedad

bajo), ya que con esta articulación un posible vuelco se debe ejecutar en forma conjunta, a diferencia de la articulación esférica donde cada cuerpo puede volcar de manera individual. Por otra parte, se determinó que la cantidad de remorques añadidos al conjunto es determinante, principalmente, para la estabilidad del robot siempre que el acoplamiento se realice con articulaciones cilíndricas, ya que en este caso el centro de gravedad bajo retarda el fenómeno del vuelco y mejora la capacidad del robot para direccionarse. Asimismo, al variar la longitud de los remorques se encontró que al disminuir estas distancias disminuye la estabilidad de los remorques con articulaciones esféricas, mientras que en el caso de los remorques con articulaciones cilíndricas el efecto es variable: evita el deslizamiento en el último remorque, pero lo fomenta en el remorque intermedio. Finalmente, se encontró que es recomendable mantener los remorques alineados entre ellos, ya que esto evita fenómenos no deseados como movimientos de navaja y a su vez se mejora la navegabilidad de los remorques acoplados.

#### V. Trabajos futuros

Ya que este trabajo se fundamentó en el uso de remorques con poca masa y bajo centro de gravedad, queda el campo abierto para otro trabajo que modifique estos parámetros. Por otra parte, se podría estudiar el acoplamiento de remorques con la implementación de una articulación automatizada que permita desarrollar estrategias para evitar la pérdida de navegabilidad en los remorques y el tractor.

#### VI. Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado parcialmente gracias al apoyo del Decanato de Investigación de la Universidad Nacional Experimental del Táchira bajo los proyectos No. 01-025-2016 y 01-004-2019.

#### Referencias

- [1] K. Shojaei, "Intelligent coordinated control of an autonomous tractor-trailer and a combine harvester," *European Journal of Control*, vol. 59, págs. 82–98, 2021.
- [2] L. Guevara, M. Michalek y F. Cheein, "Collision risk reduction of N-trailer agricultural machinery by off-track minimization," *Computers and electronics in agriculture*, vol. 178, págs. 3–12, 2020.
- [3] J. L. Martínez, J. Morales, A. Mandow y A. García-Cerezo, "Steering limitations for a vehicle pulling passive trailers," *IEEE Transactions on control systems technology*, vol. 16, n.º 4, págs. 809–818, 2008.

- [4] J. Morales, A. Mandow, J. L. Martínez, A. Reina y A. García-Cerezo, “Driver assistance system for passive multi-trailer vehicles with haptic steering limitations on the leading unit,” *Sensors*, vol. 13, págs. 4485-4498, 2013.
- [5] K. Amezcuita-Semprun, M. Del Rosario y Chen, P., “Dynamics model of a differential drive mobile robot towing an off-axle trailer,” *Int. J. Mech. Eng. Rob. Res.*, vol. 7, n.º 6, págs. 583-589, 2018.
- [6] P. Kassaeiyan, B. Tarvirdizadeh y K. Alipour, “Control of tractor-trailer wheeled robots considering self-collision effect and actuator saturation limitations,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 127, págs. 388-411, 2019.
- [7] A. Khalaji y M. Jalalnejhad, “Control of a tractor-trailer robot subjected to wheel slip,” *Journal of Multi-body Dynamics*, vol. 0, n.º 0, págs. 1-12, 2019.
- [8] X. Wang, J. Taghia y Katupitiya, J., “Robust model predictive control for path tracking of a tracked vehicle with a steerable trailer in the presence of slip,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 49, n.º 16, págs. 469-474, 2016.
- [9] Z. Li, H. Cheng, J. Ma y H. Zhou, “Research on parking control of semi-trailer truck,” en *4th CAA International Conference on Vehicular Control and Intelligence*, Hangzhou, 2020.
- [10] J. Morales, J. L. Martínez, A. Mandow e I. Medina, “Virtual steering limitations for reversing an articulated vehicle with off-axle passive trailers,” en *35th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics*, Porto, 2009.
- [11] J. Morales, J. L. Martínez A. Mandow y A. García-Cerezo, “Steering the last trailer as a virtual tractor for reversing vehicles with passive on- and off-axle hitches,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 60, n.º 12, págs. 5729-5736, 2013.
- [12] J. Yuan, “Hierarchical motion planning for multisteering tractor-trailer mobile robots with on-axle hitching,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 22, n.º 4, págs. 1652-1662, 2017.
- [13] H. Zhao, W. Chen, S. Zhou, Z. Liu, F. Zheng e Y. Liu, “Online trajectory planning for an industrial tractor towing multiple full trailers,” en *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Paris, 2020.
- [14] M. Abroshan, *Integrated stability and tracking control system for autonomous vehicle-trailer systems*. Ontario: University of Waterloo, 2021.
- [15] S. Bako, B. Ige, A. Nasir y N. Musa, “Stability analysis of a semi-trailer articulated vehicle: a review,” *International Journal of Automotive Science and Technology*, vol. 5, n.º 2, págs. 131-140, 2021.
- [16] A. Korayem, A. Khajepour y B. Fidan, “Vehicle-trailer lateral velocity estimation using constrained unscented transformation,” *Vehicle System Dynamics*, págs. 1-28, 2020.
- [17] P. Kotur, *Safe estimation of vehicle side-slip for an autonomous heavy vehicle*. Chalmers University of Technology, Göteborg, 2019.
- [18] J. Morales, J. L. Martínez, A. Mandow, J. Serón y A. García-Cerezo, “Static tip-over stability analysis for a robotic vehicle with a single-axle trailer on slopes based on altered supporting polygons,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 18, n.º 2, págs. 697-705, abr. de 2013.
- [19] Y. Go, X. Yin y A. Bowling, “Navigability of multi-legged robots,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 11, n.º 1, págs. 1-8, 2006.
- [20] J. M. García, A. Bohórquez y A. Valero, “Suspension effect in tip-over stability and steerability of robots moving on sloping terrains,” *IEEE Latin America Transactions*, vol. 18, n.º 8, págs 1381-1389, 2020.
- [21] A. Meghdari, D. Naderi y M. Alam, “Neural-network-based observer for real-time tipover estimation,” *Mechatronics*, vol. 15, págs. 989-1004, 2005.
- [22] J. M. García, J. L. Martínez, A. Mandow y A. García-Cerezo, “Steerability analysis on slopes of a mobile robot with a ground contact arm,” en *Proc. 23rd Mediterranean Conference on Control and Automation*, Torremolinos, Spain, 2015.
- [23] J. M. García, J. L. Martínez, A. Mandow y A. García-Cerezo, “Slide-Down Prevention for Wheeled Mobile Robots on Slopes,” en *3rd International Conference on Mechatronics and Robotics Engineering*, Paris, 2017.
- [24] J. M. García, P. Yáñez y J. E. Martínez, “Evaluación de la navegabilidad en robots móviles skid-steer con remolques pasivos moviéndose sobre terrenos inclinados,” *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, vol. 20, págs. 13-24, 2023.
- [25] J. M. García, I. Medina, J. L. Martínez, A. García-Cerezo, A. Linares y C. Porrás, “Lázaro: Robot Móvil dotado de Brazo para Contacto con el Suelo,” *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, vol. 14, págs. 174-183, 2017.
- [26] J. M. García, A. Bohórquez y A. Valero, “Efecto de la suspensión en el direccionamiento de un robot skid steer moviéndose sobre terrenos duros con diferente rugosidad,” *Ingenierías USBMed*, vol. 11, n.º 1, págs. 18-30, 2020.
- [27] M. Hatano y H. Obara, “Stability evaluation for mobile manipulators using criteria based on reaction,” en *SICE Annual Conference*, Fukui, 2003.