

Evaluación térmica de un stent cardiovascular mediante los métodos de volúmenes finitos, punto fijo y Von-Mises en software comercial

Thermal Evaluation of a Cardiovascular Stent Using Finite Volume, Fixed Point, and Von-Mises Methods in Commercial Software

Santiago Moreno Jaramillo¹
Andrés Felipe Hernández Marulanda²
Carlos Gaviria³

¹ Universidad Pontificia Bolivariana. Email: santiago.morenoja@gmail.com

² Facultad de Ingenierías, Universidad de San Buenaventura Medellín, Colombia. Email: andres.hernandez@usbmed.edu.co

³ Ciencias Básicas, Universidad de San Buenaventura, Medellín, Colombia. Email: carlos.gaviria@usbmed.edu.co

 OPEN ACCESS



Copyright:

©2023. La revista *Ingenierías USBmed* proporciona acceso abierto a todos sus contenidos bajo los términos de la licencia [creativecommons](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/) Atribución no comercial SinDerivar 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0)

Tipo de artículo: Investigación.

Recibido: 11-08-2022.

Revisado: 23-03-2023.

Aprobado: 14-05-2023.

Doi: 10.21500/20275846.5989

Referenciar así:

S. Moreno Jaramillo, A. F. Hernández Marulanda y C. Gaviria, "Evaluación térmica de un stent cardiovascular mediante los métodos de volúmenes finitos, punto fijo y Von-Mises en software comercial," *Ingenierías USBMed*, vol. 14, n.º 2, pp. 1–7, 2023.

Disponibilidad de datos:

todos los datos relevantes están dentro del artículo, así como los archivos de soporte de información.

Conflicto de intereses:

los autores han declarado que no hay conflicto de intereses.

Editor: Andrés Felipe Hernández. Universidad de San Buenaventura, Medellín, Colombia.

Resumen. Las técnicas de simulación utilizan modelos numéricos y matemáticos que permiten explorar alternativas y comprender los procesos fluidodinámicos involucrados en el área cardiovascular. Las diferentes aplicaciones en ingeniería requieren del uso de materiales que ofrezcan mayor desempeño y confiabilidad para dar solución a los problemas conceptuales en los que la optimización del recurso es la base para lograr este objetivo.

Dicho lo anterior se debe realizar una validación de las diferentes condiciones físicas de los productos antes de realizar ensayos clínicos. Los materiales convencionales no cumplen con esa prestación, por lo que se desarrollan estudios en materiales compuestos que logran suplir los diferentes campos de estudio. Para ello se utilizan herramientas computacionales para determinar de forma predictiva cómo será el comportamiento del material bajo las condiciones a las que va a ser sometido y así determinar factores relacionados directamente con su funcionamiento, vida de servicio y afectación al cuerpo humano. Allí entran los métodos numéricos, los cuales permiten conocer el cambio en el material respecto a su deformación y dilatación térmica para conocer si cumple con los requerimientos deseados en la aplicación.

Con el presente trabajo se visualizan de manera cualitativa y cuantitativa los cambios que ocurren en el interior de un *stent* vascular referente al perfil térmico que actúa sobre este, derivado de la temperatura del flujo sanguíneo sobre el material, en este caso el poliuretano como objeto de estudio.

El método propuesto para este desarrollo es el método de volúmenes finitos, punto fijo de Newton, que permite la estabilidad numérica de la solución, validado junto con la aplicación de un software comercial con las mismas condiciones de entrada para dar veracidad a la solución en el proceso de simulación.

Palabras Clave. Modelos computacionales, vasos sanguíneos, estenosis vascular, estrés, deformación, desplazamiento.

Abstract. Simulation techniques use numerical and mathematical models allowing exploring alternatives and understanding the fluid-dynamic processes involved in the cardiovascular area. The different applications in engineering require the use of materials that comply with higher performance and reliability in order to solve conceptual problems when the optimization of the resource is crucial to achieve this objective.

For this reason validation of the different physical conditions of products must be performed before conducting clinical trials. Conventional materials do not comply with this provision, therefore studies are conducted with composite materials that are able to supply the different fields of study. For this reason computational tools are used to predictively determine how the material will behave under operating conditions and thus determine factors directly related to its functioning, service life and impact on the human body. Numerical methods allow us to know the changes in materials with respect to its deformation and thermal expansion in order to know if they meet the desired requirements.

In this work, the changes that occur inside a vascular stent are visualized in a qualitative and quantitative way, referring to its thermal profile, derived from the temperature of the blood flow on the material, in this case the polyurethane as object of study.

The proposed method for this development is the finite volume method, Newton's fixed point, which allows the numerical stability of the solution, validated along with the results obtained from a commercial software with the same input conditions, which verifies the solution in the simulation process.

Keywords. Computational Models, Blood Vessels, Vascular Stenosis, Stress, Strain, Displacement.

I. Introducción

Las enfermedades cardiovasculares (ECV), según determina la Organización Mundial de la Salud, son la principal causa de muerte no violenta a nivel mundial [1]. Los registros publicados que datan del 2012 indican que 17.5 millones de personas han fallecido por esta causa, lo que representa un 31% de la totalidad de muertes a nivel global [1]. La mayoría de las ECV pueden ser prevenidas atendiendo a factores de riesgo que afecten la salud, tales como: el consumo de tabaco, alcohol, sustancias alucinógenas, obesidad e inactividad física, entre otras. En las ciencias médicas ha sido fundamental estudiar las distintas patologías y algunas causas que deterioran el buen funcionamiento del sistema circulatorio. Sin embargo, aún persisten algunas situaciones patológicas por resolver en cuanto a los métodos clínicos para la solución de problemas por producción de ateromas y obstrucción arterial [2].

La mayor parte de las ECV afectan principalmente el funcionamiento del corazón y las arterias coronarias, entre estos casos la generación de capas lipídicas en las paredes arteriales es uno de los casos característicos de los problemas de morbilidad y mortalidad cardíaca más comunes [3].

Entre los años 1980 y 1990 se implantaron los primeros *stents* cardiovasculares para el tratamiento de los problemas por ateromas en arterias coronarias; sin embargo, todavía existen dificultades por resolver debido a que en estos dispositivos se pueden producir desacoples y desprendimientos con la pared en el sitio afectado [4]. Otras dificultades que se presentan con la implantación de los *stents* cardiovasculares y su aplicabilidad son problemas de reestenosis intrastent, rotura y pérdida del polímero que lo recubre, pérdida de la forma de la pared arterial, entre otras [3]. La reestenosis ha sido un problema importante con los *stents* metálicos convencionales hasta la aparición de los *stents* liberadores de fármacos [1].

Las investigaciones recientes en el área cardiovascular tienen como foco el comportamiento del normal flujo sanguíneo que transita entre los *stent* y las arterias [5], donde se analizan factores de presión y flujo normal por medio de métodos con malla, como lo son los elementos y volúmenes finitos, [6] y sin malla en el caso de métodos como *smoothed particle hydrodynamics* (SPH) o funciones de base radial [7], por tal motivo se estudian las variables de presión, velocidad y tracción.

La reestenosis intra-*stent* (RIS) es una complicación frecuente de las intervenciones coronarias percutáneas que se presenta entre el 15% y 50% de los pacientes durante el primer año, esto depende del tipo de *stent* utilizado, de las características clínicas del enfermo y de las condiciones anatómicas del árbol coronario o de la placa ateromatosa [8]. Con el incremento en el número de procedimientos invasivos con implantación

de *stents*, resulta indispensable contar con un diagnóstico auxiliar no-invasivo que permita evaluar de manera confiable la permeabilidad de estos dispositivos [8]; normalmente esto ocurre luego del implante de un *stent* en una placa aterosclerótica.

La incidencia de la RIS varía, además, con el criterio utilizado para detectarla. Los estudios que incluyen una coronariografía de control entre los 6 y 8 meses después del implante y definen RIS con un criterio binario (>50%) de reducción de la luz del vaso, suelen mostrar una incidencia mayor que aquellos que detectan la reestenosis sobre la base de la necesidad de una nueva revascularización del vaso tratado (RVT), ya sea por recurrencia clínica o inducción de isquemia.

La reestenosis intra-*stent* se define como una disminución del diámetro o de la luz generada en el postoperatorio de la implementación del *stent* >50% [9], que ocurre dentro de la prótesis (reestenosis del *stent*) o en los extremos (en un segmento de 5 mm), proximal o distal al mismo (reestenosis del segmento). Las lesiones por reestenosis fueron clasificadas como focales (tipo I, <10 mm), difusas (tipo II), proliferativas (tipo III) y oclusiones totales (tipo IV) [10].

Como la reestenosis se debe a una hiperplasia fibrointimal, por lo que no es extraño que los dos enfoques terapéuticos que probaron su efectividad hayan sido los que regulan la duplicación celular: la braquiterapia, mediante medios físicos [11], [12] y los *stents* liberadores de droga (SL) con quimioterapia local. La primera es muy costosa y con muchos requerimientos logísticos inherentes a la terapia radiante que la hacen difícil de aplicar en un número significativo de pacientes. Por su parte, en la actualidad, la reestenosis intra-*stent* de los *stent* liberadores de fármacos es un problema mayor y creciente. Se estima que anualmente en los Estados Unidos de América ocurren más de 200000 casos de reestenosis en este tipo de *stent* [13].

En comparación con los *stents* metálicos (SM), los *stents* farmacoactivos poliméricos (SF) redujeron fuertemente la hiperplasia neointimal y con ello el riesgo de reestenosis. Este beneficio se ha confirmado en el escenario del mundo real, con situaciones clínicas y anatómicas cada vez más complejas (indicaciones off label) [14].

Pocos estudios están enfocados en realizar un análisis del comportamiento de dilatación térmica del material [4] y en cómo interacciona este con el medio circundante, de forma que se garantice que el material no genere daños o alteraciones al equilibrio en el sistema cardiovascular.

A nivel industrial se realizan estudios que permiten realizar la predicción de los campos térmicos en los materiales para que no se afecte el ciclo de operación cuando se generen circunstancias adversas al medio para el cual fueron diseñados en operación [15]. Los métodos de volúmenes finitos han demostrado ser un método ro-

busto ampliamente aplicado en diferentes investigaciones del campo científico en los últimos 30 años, con lo que ha generado certeza y confiabilidad en el resultado.

Para resolver este tipo de problemas se ha utilizado el software Y SOLID EDGE®, cuyo principal inconveniente es el costo y ser software de caja cerrada, es decir, no permite modificar las ecuaciones que rigen el modelo estudiado, por lo que es el modelo de Von-Mises el que relata las deformaciones por estrés térmico en el proceso.

Actualmente no se evidencian muchos modelos numéricos aplicados en el estudio de las condiciones de dilatación térmica en los polímeros. Con el apoyo del Grupo de Bioingeniería y Dinámica Cardiovascular de la Universidad Pontificia Bolivariana se desarrolló un software de libre acceso que permite estudiar el comportamiento térmico de los materiales antes de realizar los estudios de compatibilidad y poder garantizar su correcto funcionamiento. Además, en dicho grupo se han desarrollado varias tesis de maestría y doctorado con softwares de simulación como ANSYS® y FLUENT® [16]. Vale la pena resaltar que no hay un precedente de que se hayan utilizado técnicas de métodos de volúmenes finitos para este tipo de problemas.

Los modelos numéricos que utilizan mallada computacional, han tomado fuerza a nivel de cálculo numérico y matemático, dado que estos permiten una expansión libre de la geometría, con restricciones de frontera e interpolación del resultado y acercado a la realidad. Por este motivo, y el presente caso de estudio, se dispondrá de la evaluación y comparación mediante técnicas de estrés térmicos de una simulación con restricciones de frontera para determinar cuál es la veracidad del proceso y donde se pueda disponer de la información necesaria para el desarrollo de este problema. El desarrollo de la investigación permitirá estudiar la correcta selección de los materiales en el desarrollo de stents cardiovasculares, generando estudios objetivos de los mejores materiales biocompatibles para esta aplicación que pueden ser expuestos a análisis de bancos de pruebas.

II. Materiales y método

A. Método de Newton, método de punto fijo y método de volúmenes finitos

La simulación fue desarrollada utilizando el programa Octaveó, se utilizó una geometría bidimensional correspondiente a un tramo de aorta con un diámetro característico de 1 cm y una longitud media de 4 cm. Fue implementado el método de volúmenes finitos por punto fijo para discretizar la ecuación diferencial de transferencia de calor. La temperatura de la sangre, al igual que cualquier célula al interior de un cuerpo humano se encuentra a 37-37.5°C en condiciones normales.

B. Elaboración de la geometría

Se construye una geometría bidimensional a partir de un tramo de aorta, esta vista en sección transversal constituye geoméricamente un rectángulo, según se observa en la Figura 1.

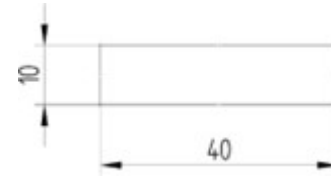


Figura 1. Representación de la aorta medida en mm

C. Elaboración del mallado utilizando el método de volúmenes finitos

El mallado es estructurado con 10000 elementos debido a la partición realizada en la geometría y se podría ver dicha malla como una matriz de 100 por 100 elementos. Este tiene elementos cuadrangulares, los cuales sirven para garantizar la convergencia y la minimización del error numérico en el método utilizado.

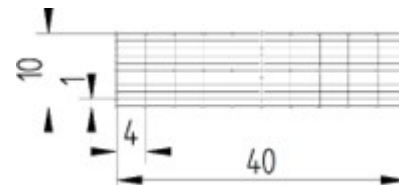


Figura 2. Mallado de la superficie de control con sus particiones correspondientes en cada eje

El método de los volúmenes de control finito permite discretizar y resolver numéricamente las ecuaciones diferenciales constitutivas. Este es utilizado por ser un método de aplicación general que permite introducir dominios de cálculos complejos (en dos o tres dimensiones). Además, el método es adaptable a problemas de mecánica de fluidos para calcular campos de velocidades y presiones [17], [18].

Se consideró una malla de discretización del espacio fluido, en torno a cada punto de esta se construye un volumen de control que no se traslapa con los de los puntos vecinos. De esta forma, el volumen total del fluido resulta ser igual a la suma de los volúmenes de control considerados. La ecuación diferencial a resolver se integra sobre cada volumen de control, lo que entrega como resultado una versión discretizada de dicha ecuación. Para realizar la integración se especifican los perfiles de variación de la variable dependiente entre los puntos de la malla de modo que sea posible evaluar las integrales resultantes. La principal propiedad del sistema de ecuaciones discretizadas resultantes es que la solución obtenida satisface las ecuaciones de conservación consideradas, independientemente del tamaño de la malla [18].

D. Ecuación de comportamiento de transferencia de calor

La simulación considera la ecuación de transferencia de calor:

$$\Delta.(K(T)\Delta T) = -q(T) \quad (1)$$

La discretización de dicha ecuación se realiza utilizando un esquema de volúmenes finitos donde la ecuación para los nodos al interior del dominio sería:

$$\begin{aligned} -q\Delta(x)\Delta(y) = & K \left(\frac{T_{i+100} + T_i}{2} \right) \frac{\Delta x}{\Delta y} (T_{i+100} - T_i) \\ & + K \left(\frac{T_{i-100} + T_i}{2} \right) \frac{\Delta x}{\Delta y} (T_{i-100} - T_i) \\ & + K \left(\frac{T_{i+1} + T_i}{2} \right) \frac{\Delta x}{\Delta y} (T_{i+1} - T_i) \\ & + K \left(\frac{T_{i-1} + T_i}{2} \right) \frac{\Delta x}{\Delta y} (T_{i-1} - T_i) \end{aligned}$$

Para cumplir con el método del punto fijo se crea un vector con temperaturas iniciales que varían entre 37°C y 37.5°C.

De la ecuación (1) se observa que la variable que está dada en función de la temperatura se puede definir como: $n = 2$, $b = 0.0245$, $a_1 = 1.829e1$, $1a_1 * T_n + b$.

Cuando se definen las ecuaciones para todos los nodos del dominio se debe solucionar el sistema. En este caso la solución se realizó utilizando la inversa matricial. Como $AT = B$, entonces $T = A^{-1}B$.

De la solución de dichas matrices se obtiene un vector de 10000 elementos que contiene la distribución de temperaturas al interior del dominio. En el ingreso de condiciones de frontera y características de los materiales, las condiciones del problema están dadas por los valores de temperatura máximo del flujo sanguíneo en el interior del cuerpo humano sano donde las temperaturas oscilan entre los 37°C y 37.5°C.

E. Etapa de solución

El programa resuelve las ecuaciones constitutivas de acuerdo con los datos y geometrías ingresadas, así como los modelos de solución. Dichas soluciones están dadas por ecuaciones lineales y métodos matriciales.

F. Solución del sistema determinando la magnitud de la temperatura

El primer resultado corresponde a las magnitudes de la temperatura al interior del stent. Las temperaturas máximas alcanzadas se encuentran en los extremos derecho e izquierdo del stent, lo cual es coherente con el problema real donde la velocidad máxima se alcanza en el eje x , ya que en el extremo superior e inferior existe la condición de no deslizamiento, esto hace que la temperatura en estas zonas tenga un valor menor en magnitud. El valor máximo alcanzado es de 37.5°C y

la distribución se va desarrollando de manera lineal, ya que no existe ningún obstáculo o cuerpo extraño que afecte los fenómenos de convección y difusión.

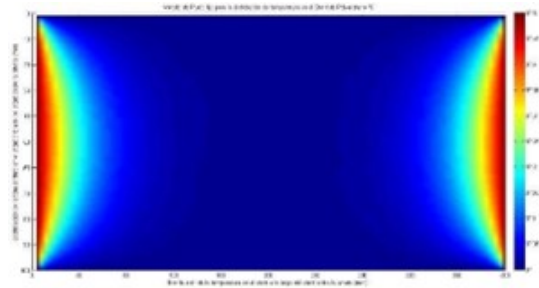


Figura 3. Distribución de temperaturas en el stent de poliuretano

El cambio de temperatura al interior del dominio es pequeño al igual que el área de deformación, se obtiene un perfil de con una deformación máxima de 0.048 m y una mínima de 0.042 m. Esta deformación máxima se encuentra donde hay mayor gradiente de temperatura debido a las variables explicadas anteriormente.

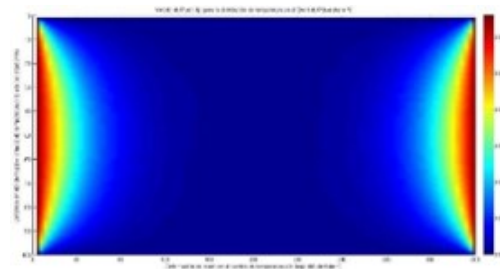


Figura 4. Deformación stent de poliuretano

G. Poliuretano termoplástico

Los poliuretanos termoplásticos (TPU) se utilizan ampliamente como materiales elastoméricos de alto desempeño debido a su singular combinación de elasticidad y propiedades mecánicas, además de su buena adhesividad y facilidad de procesamiento en una variedad de equipos. Dada la flexibilidad de la formulación, el número de desarrollos en los que se utilizan es muy amplio, incluyendo aplicaciones de moldeo, extrusión de películas, laminado, adhesivos para laminados de alto rendimiento y extruido de componentes, tales como mangueras, tubos, cintas y muchos otros [18].

Durante las dos últimas décadas se han realizado avances significativos en el desarrollo de TPU. Estos materiales son usados para múltiples aplicaciones que demandan propiedades físicas, químicas y biomecánicas [18].

Las propiedades que se tuvieron en cuenta para la evaluación del material dentro de la simulación están determinadas en la Tabla 1.

H. Elaboración de la geometría

Se construye una geometría tridimensional a partir de un tramo de aorta, esta vista en sección transversal constituye geoméricamente un cilindro, según se observa en la Figura 5.

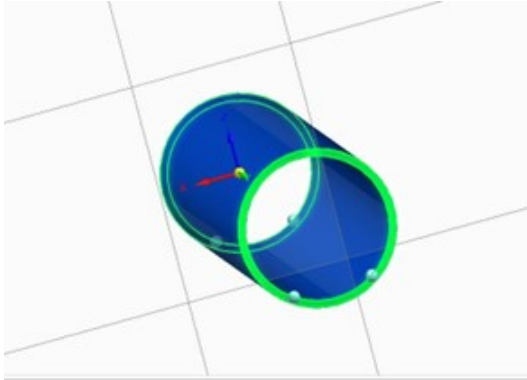


Figura 5. Representación de la aorta tridimensional

Se determina el mismo proceso para determinar las condiciones y parámetros de entrada, de forma que se mantengan las condiciones del estudio y se pueda dar estabilidad a la validación del método de punto fijo de Newton.

Tabla 1. Variables térmicas del TPU [12]

Variable	Descripción	Valor
I	Conductividad térmica específica del material	1.7e3 J/Kg.K
α	Coefficiente de expansión térmica	165 train/°C
E	Módulo de elasticidad	8,500 MPa

I. Condiciones y parámetros de datos de entrada

Se determina el mismo proceso para determinar las condiciones donde, adicional a este proceso, se debe realizar uno de restricción en las fronteras igual a cero, dado que el sistema no determine con un valor inicial sujeto al dato de la temperatura que se distribuye en toda la solución. De esta forma se mantienen las condiciones del estudio y se pueda dar estabilidad a la validación del método de punto fijo de Newton.

J. Elaboración del mallado utilizando el método de elementos finitos

El mallado se define como el más fino, y se realiza por medio de malla tetraédrica con un tamaño subjetivo de malla de 0.81 mm, tal como se observa en la Figura 6.

La temperatura es uno de los factores que más influyen en el comportamiento de los materiales. Un aumento de temperatura provoca el correspondiente aumento de la ductilidad y la tenacidad, mientras disminuye el módulo de elasticidad (E), el límite elástico y la tensión de rotura [19]. Con temperaturas mayores necesitaremos menos esfuerzo para conformar el material y se admiten mayores deformaciones [20]. La temperatura

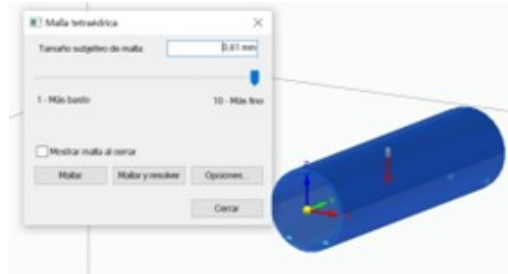


Figura 6. Mallado de la superficie de control con restricción de fronteras

influye en la capacidad de recuperar las propiedades mecánicas perdidas [21].

La temperatura es un factor que influye directamente sobre el módulo de elasticidad de los materiales, es causal de que esta misma influya sobre la deformación, por ello se toma como parámetro para determinar cómo este elemento afecta la deformación de los mismos.

K. Criterio de máxima tensión de Von Mises

El criterio de máxima tensión de Von Mises se basa en la teoría de Von Mises-Hencky, también conocida como teoría de la energía de cortadura o teoría de la energía de distorsión máxima [22]. En cuanto a las tensiones principales $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, la tensión de Von Mises se expresa de la siguiente manera:

$$\sigma_{\text{Von Mises}} = \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2} \quad (2)$$

La teoría expone que un material dúctil comienza a ceder en una ubicación cuando la tensión de Von Mises es igual al límite de tensión. En la mayoría de los casos, el límite elástico se utiliza como el límite de tensión [23], sin embargo, el software le permite utilizar el límite de tensión de tracción/ruptura o establecer su propio límite de tensión.

$$\sigma_{\text{Von Mises}} \geq \sigma_{\text{límite}} \quad (3)$$

El límite elástico es una propiedad dependiente de la temperatura. Este valor especificado del límite elástico debe considerar la temperatura del componente [21]. El factor de seguridad (*FDS*) en una ubicación se calcula a partir de:

$$FDS = \frac{\sigma_{\text{límite}}}{\sigma_{\text{Von Mises}}} \quad (4)$$

L. Etapa de solución

El software genera la solución y determina cuál es el desplazamiento del material que únicamente es sometido a la temperatura de entrada, esto genera un valor máximo de 0.0435 mm, así lo muestra la figura 8 como parámetro de comparación con el método de punto fijo de Newton.

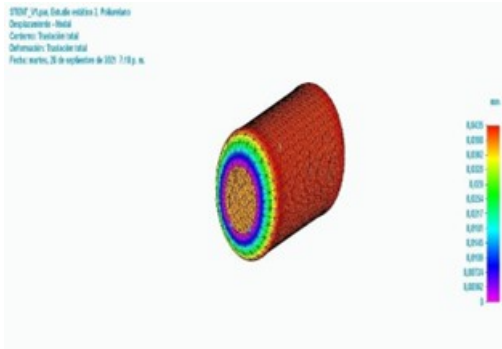


Figura 7. Solución del sistema para determinando la deformación por temperatura

III. Conclusiones

Se determina que los métodos están aproximados en un 9.8% con respecto a la desviación de ambos, esto permite validar cómo se comporta uno con respecto a otro, lo que da pie a que ambos métodos numéricos sean verídicos y den soporte a un primer acercamiento para determinar el comportamiento de los materiales bajo estas condiciones.

La implementación de un modelo computacional como el que se desarrolló permite evaluar características térmicas en situaciones particulares del árbol vascular. La estenosis arterial implica cambios en el campo de flujo, que se han hecho evidentes tras la simulación [15], [24].

Este modelo ha servido como punto de partida de un modelo más complejo en que se consideran geometrías diversas de zonas estenóticas [15]. En aplicaciones clínicas es necesario considerar las complejidades biológicas en el análisis del fluido sanguíneo, razón por la que en futuros análisis estos fenómenos biológicos tienen que ser incluidos con miras al entendimiento de la hemodinámica en la escala macroscópica y microscópica.

Referencias

- [1] Organización Mundial de la Salud, “*Enfermedades Cardiovasculares*,” [Online]. Available: www.who.int/mediacentre/factsheets/fs317/es/. [Last access: 29-05-2015].
- [2] R. Hoffmann, G. S. Mintz, G. R. Dussailant et al., “Patterns and Mechanisms of In-Stent Restenosis,” *Circulation*, vol. 94, n.º 6, págs. 1247-1254, 1996.
- [3] C. Guyton y J. Hall, *Tratado de Fisiología Médica*. 11 Edición, Elsevier, 2014.
- [4] A. Bintul Huda y N. S. Akbar, “Heat transfer analysis with temperature-dependent viscosity for the peristaltic flow of nano fluid with shape factor over heated tube,” *Int. J. of Hydrogen Energy*, vol. 42, n.º 39, págs. 25 088-25 101, 2017.
- [5] S. Ferriró Pons, “*Modelado de grandes sistemas distribuidos*,” Desarrollo de grandes aplicaciones de Red: Actas/coord. por Francisco Maciá Pérez, Virgilio Gilart Iglesias, ISBN 978-84-611-5225-4, 2007, págs 155–168.
- [6] Y. He, M. Shirazaki, H. Liu, R. Himero y Z. Sun, “A Numerical Coupling Model To Analyse The Blood Flow, Temperature, And Oxygen Trnasport In Human Breast Tumor Under Laser Irradiation,” *Comput. Biol. Med.*, vol. 36, n.º 12, págs. 1336-1350, 2006.
- [7] A. Schiavone, L. G. Zhao y A. A. Abdel-Wahab, “Effects of material, coating, design and plaque composition on stent deployment inside a stenotic artery - Finite element simulation,” *Materials Science and Engineering C*, vol. 42, págs. 479-488, 2014.
- [8] S. Acosta, C. Puelz, B. Rivière, D. J. Penny y C. G. Rusin, “Numerical method of characteristics for one-dimensional blood flow,” *Journal of Computational Physics*, vol. 294, págs. 96-109,
- [9] S. Garg y P. W. Serruys, “Coronary stents: Current status,” *Journal of the American College of Cardiology*, vol. 56, n.º 10 SUPPL. S1-S42, 2010.
- [10] K. W. Lau, P. Gunnes, M. Williams, A. Rickards y U. Sigwart, “Angiographic restenosis after successful wallstent stent implantation: An analysis of risk predictors,” *American Heart Journal*, vol. 124, n.º 6, págs. 1473-1477, 1992.
- [11] R. Mehran, G. Dangas, A. S. Abizaid et al., “Classification and Implications for Long-Term Outcome,” *Circulation*, vol. 100, págs. 1872-1878, 1999.
- [12] R. Waksman, E. Cheneau, A. E. Ajani et al., “Intracoronary radiation therapy improves the clinical and angiographic outcomes of diffuse in-stent restenotic lesions: Results of the Washington Radiation for In-Stent Restenosis Trial for long lesions (Long WRIST) studies,” *Circulation*, vol. 107, n.º 13, págs. 1744–1749, 2003.
- [13] R. Waksman, R. L. White, R. C. Chan et al., “Intracoronary radiation therapy after angioplasty inhibits recurrence in patients with in-stent restenosis,” *Circulation*, vol. 101, n.º 18, págs. 2165–2171, 2000.
- [14] E. J. Benjamin, S. S. Virani, C. W. Callaway et al., Heart disease and stroke statistics-2018 update: A report from the American Heart Association, vol. 137, 2018.
- [15] A. Chieffo, Ch. Foglieni, R. L. Nodari et al., “Histopathology of Clinical Coronary Restenosis in Drug-Eluting Versus Bare Metal Stents,” *American Journal of Cardiology*, vol. 104, n.º 12, pág. 1667.
- [16] R. Moreno, F. Nicoud y A. Salvayre, “Mecánica computacional para el diagnóstico cardiovascular,” págs. 25–21.
- [17] W. Jeong y J. Seong, “Comparison of effects on technical variances of computational fluid dyna-

- mics (CFD) software based on finite element and finite volume methods,” *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 78, págs. 19-26, 2014.
- [18] H. Versteeg y W. Malalasekera, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics*. John Wiley, 1995.
- [19] Y. Niño, *Método de los Volúmenes Finitos*. Universidad de Chile, Ingeniería civil, 2002, págs. 2-27.
- [20] Y. Wang, G. Li, Y. Wang e Y. Lyuc, “Simplified method to identify full von Mises stress-strain curve of structural metals,” *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 181, pág. 106 624, 2021.
- [21] Y. Wang, L. Ku, S. Suo et al., “Finite element análisis on von Mises stress distributions of Si DSP,” *Materials Science in Semiconductor Processing*, vol. 16, págs. 165-170, 2013.
- [22] H. Song, J. Liu y G. Wanga, “High-order parameter approximation for von MisesFisher distributions,” *Applied Mathematics and Computation*, vol. 218, págs. 11 880-11 890, 2012.
- [23] K. Hornik y B. Grün, “On maximum likelihood estimation of the concentration parameter of von MisesFisher distributions,” *Comput. Stat.*, vol. 29, págs. 945-957, 2014.
- [24] A. Abzhanova, B. Kallemova y b, “Using von Mises-Fisher distribution for polymer conformation analysis in Multi-Scale framework,” *Procedia Engineering*, vol. 61, págs. 111-116, 2013.