

Análisis, simulación y control de un convertidor de potencia DC-DC tipo boost

Recibido: agosto de 2011
Arbitrado: septiembre de 2011

Freddy Fernando Valderrama*, Henry Moreno C**, Héctor Manuel Vega***

Resumen

En este artículo se describe el comportamiento de un pulsador elevador (Boost), este circuito de amplio uso a nivel industrial exhibe un comportamiento no lineal en virtud de su sistema de conmutación, se obtienen y simulan las ecuaciones diferenciales no lineales que describen el comportamiento del circuito con Simulink/MatLab y mediante el algoritmo de Runge Kutta. Seleccionando los valores de los parámetros para el circuito se obtiene el punto de equilibrio, que junto con el Jacobiano permiten obtener un modelo lineal. Con el modelo lineal se sintoniza un controlador PID y un controlador de realimentación de estado, y se comparan realizando el análisis de sensibilidad y de la respuesta transitoria.

Palabras clave

Sistema no lineal, fuente conmutada, sistemas dinámicos, sistema interactivo, control lineal, control pid, realimentación del estado, Simulink/MatLab, pérdidas de potencia.

Abstract

This article describes the behavior of an elevator button (Boost), this circuit is widely used at industrial level exhibits a nonlinear behavior by virtue of their switching system are obtained and simulate nonlinear differential equations describing the behavior of circuit with Simulink / Matlab and by Runge Kutta algorithm. Selecting parameter values for the circuit to obtain the equilibrium point, which together with the Jacobian possible to obtain a linear model. With the linear model is tuned PID controller and a state feedback controller and compared by analysis of sensitivity and transient response.

INTRODUCCIÓN

En diversas aplicaciones industriales es necesario obtener a partir de una fuente de corriente directa de voltaje fijo, otro valor de tensión mayor o menor que el original, es decir, se convierte de CD a CD (Corriente directa). Estos circuitos denominados pulsadores se usan ampliamente en control de motores eléctricos, en grúas, trenes y montacargas, ya que permiten controlar la aceleración, poseen alta eficiencia y una respuesta dinámica rápida (Rashid 1993). En especial, en este trabajo se estudia el comportamiento de los pulsadores elevadores, los cuales permiten obtener un voltaje mayor al de la entrada. Estos pulsadores se caracterizan por ser sistemas que admiten descripciones matemáticas diferentes durante periodos de operación diferentes, y se conocen como sistemas de estructura variable (Sira, 2005).

* Ingeniero Electrónico egresado de la Universidad Industrial de Santander (2004); Candidato a Magister en ingeniería electrónica de la universidad javeriana. Especialista en Automatización Industrial, Universidad Nacional (2008). freddyfvg@yahoo.es.

** Ingeniero Electrónico egresado de la universidad Distrital Francisco José de Caldas, Candidato a Magister de Matemáticas Aplicadas de la Universidad EAFIT. elehenry@hotmail.com.

*** Ingeniero Electromecánico egresado de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia; profesor de Diseño Macatrónico y Dinámica de Sistemas en Ingeniería Mecatrónica Universidad San Buenaventura, Bogotá; participa en el desarrollo de proyectos de investigación como "Desarrollo de software de simulación de sistemas mecánicos de traslación" y "Simulación del proceso de polimerización mediante autómatas celulares". Es asesor en las áreas de diseño y control en la industria petrolera. hectormvega@gmail.com

Debido a la gran variedad de aplicaciones del pulsador elevador, en este trabajo se estudia el comportamiento del mismo y se hace un análisis comparativo de dos controladores (reguladores), en cuanto a sensibilidad y a ciertos requerimientos de diseño en el dominio del tiempo. Se diseña e implementa un control analógico PID (proporcional-integral-derivativo), cuyas constantes se estiman usando el método propuesto por Ziegler-Nichols y el modelo promedio lineal del pulsador elevador, este último se obtiene calculando el Jacobiano y el punto de equilibrio de las ecuaciones de estado. De otro lado, se diseña e implementa un control de realimentación de estado, que incluye eliminación del error en estado estable mediante una acción integral (Kuo, 1996).

Se inicia analizando el comportamiento dinámico del sistema, con el fin de obtener el modelo matemático (no lineal, en variables de estado) del mismo, en seguida se selecciona un punto de equilibrio, y se prueba usando Simulink de Matlab con el fin de verificar el comportamiento esperado, según el análisis de los fenómenos eléctricos. Por otra parte, se analiza e implementa el método numérico de Runge Kutta (Burden, 1998) para solucionar el sistema de ecuaciones de estado, obtenido del modelo no lineal del pulsador, y se compara con el resultado de Simulink. Posteriormente se muestra el proceso analítico de linealización, y se compara con el resultado obtenido mediante el comando linmod de MatLab. A partir del modelo lineal se diseñan los reguladores mencionados.

Aunque en la literatura se encuentran diferentes análisis de este tipo de pulsadores como en (Spinetti 2005), se propone un modelo sintetizado donde, sin ser muy complejo, no se pierda la profundidad requerida para una aplicación en ingeniería; para esto,

se asumen solamente los elementos que tienen un efecto significativo en la funcionalidad del sistema, es por esto que se tiene en cuenta el efecto de la resistencia interna de la inductancia, pero desprecian efectos como las caídas de voltaje en el diodo y el transistor, debido a que son muy pequeños comparados con los voltajes de la fuente y el de salida; igualmente se desprecia el efecto de la resistencia interna del condensador, que al ser mucho mayor que la carga, su efecto es prácticamente nulo.

I. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

El convertidor tipo Boost es un circuito elevador de tensión, que usa las características del inductor y el capacitor como elementos almacenadores de energía para elevar la corriente proveniente de la fuente de alimentación y usarla para inyectarla al condensador, produciendo así niveles de voltaje mayores en la carga que los de la fuente. El interruptor en el esquema (fig. 1), consiste de dos elementos: un elemento de conmutación rápida como un transistor BJT, un Mosfet o el más comúnmente usado el IGBT y el otro, un diodo con un tiempo de recuperación mucho menor que el periodo de la señal de control; la función de éste último, es impedir que la corriente de descarga del condensador se devuelva, ya que se desea que cuando la fuente se desconecta del condensador y de la resistencia de carga para almacenar energía en la bobina, se suministre corriente a la carga mediante la descarga del condensador. Cuando el transistor está en conducción (interruptor en 1), la inductancia almacena energía para luego suministrarla simultáneamente a la carga y al condensador a otro nivel de voltaje en los intervalos en los que el transistor esté en corte (interruptor en 2).

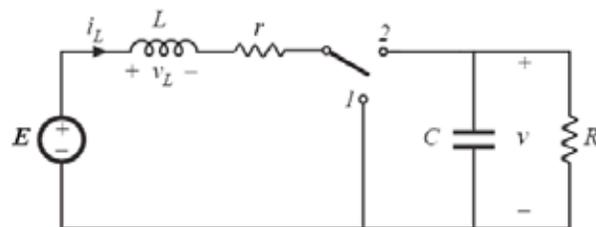


Fig. 1. Circuito conversor elevador.

El interruptor en la posición 1 del circuito físico (fig. 2), indica que el transistor está en saturación, por lo que el ánodo del diodo queda cortocircuitado a tierra, con esto,

el diodo queda en polarización inversa y por consiguiente no conduce comportándose como un interruptor abierto.

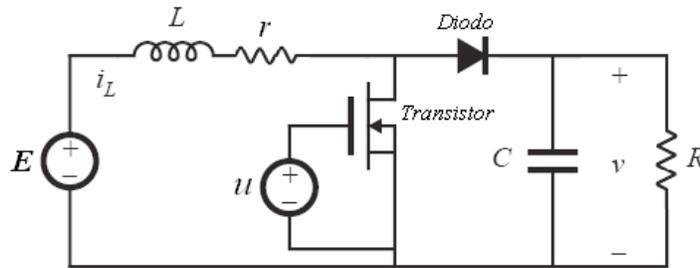


Fig. 2. Convertidor real con transistor y diodo que cumplen la función del interruptor

1.1 Enfoque de sistemas

En la tabla 1 se muestran los aspectos más importantes del sistema usado para modelar el pulsador elevador, los parámetros y variables que se presentan en el sistema son:

Entrada. Se toma la señal u que define el tiempo de conducción del transistor y determina el voltaje de salida. En estado estable la relación entre el tiempo de conducción

y el periodo del oscilador se denomina ciclo de trabajo (D). (Hard 2001).

Salida. Es la señal de voltaje con la que se desea alimentar la carga y corresponde al voltaje en el condensador (v), en régimen permanente este voltaje está dado por: (Hard 2001)

$$V = \frac{E}{1-D} \quad (1)$$

Perturbaciones. Los parámetros que pueden afectar en mayor medida el funcionamiento del circuito y por consiguiente el voltaje de salida, son la fuente de alimentación (E) y la resistencia de carga (R), puede que componentes del sistema real produzcan perturbaciones en menor grado, como el transistor y el diodo, ya que dependiendo de las características de funcionamiento de estos elementos, efectos como la temperatura afecten su funcionamiento.

Parámetros	Modelo
Entradas	Señal de control (u)
Salidas	Voltaje (v)
Perturbaciones	Cambios en la fuente de alimentación Cambios en la resistencia de carga
Subsistemas	Control Interruptor Circuito de potencia Carga
Sistemas análogos	Circuitos con autotransformadores Circuitos con fuentes dependientes
Ecuaciones	2,3,4,5 y 6
Alinealidades	En la ecuación de estado (6) se presenta productos de las estado (i , v) por el control (u).
Clasificación	El sistema es continuo y determinístico El sistema es dinámico y tiene un modelo matemático no lineal

Tabla 1. Parámetros más importantes del elevador de voltaje Boost

Subsistemas. La señal de entrada al sistema requiere de un modulo capaz de modificar el ancho de pulso, este es el primer subsistema que consiste de un generador de rampa y un comparador de voltaje, donde una entrada

de referencia establece el punto donde se produce el flanco de caída de la señal y por consiguiente es capaz de modificar el ciclo de trabajo.

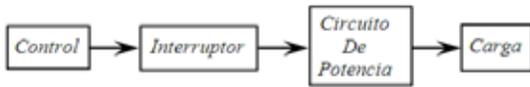


Fig. 3. Diagrama de relaciones entre los subsistemas

El segundo subsistema consiste en transistor y el diodo, que en la figura 3 se representa como interruptor, el transistor es directamente el elemento controlado, no obstante el diodo aunque es un elemento no controlado, cumple también la función de interruptor, ya que se abre cuando el transistor está en conducción, obligando de esta forma a que el condensador se descargue solamente en la carga. Otro subsistema corresponde al circuito de potencia, cuyos elementos son la bobina, el condensador, estos elementos poseen una resistencia interna, la de mayor influencia es la correspondiente a la inductancia por lo que sólo esta se tiene en cuenta para el modelo, y en la notación aparece como (r). El último subsistema consiste en la carga y es el elemento externo que se desea alimentar con el voltaje regulado proveniente del convertidor, la notación de la carga en los esquemas y las ecuaciones es R .

1.2 Relaciones causa efecto entre las variables de estado y la entrada

El diagrama causal que relaciona la corriente en la inductancia, el voltaje de salida y el ancho de pulso de la señal de control representada por el ciclo de trabajo, se muestra mediante un diagrama de flujo, donde el circuito de control que actúa sobre el interruptor, genera un ancho de pulso que afecta directamente el voltaje en la carga (Ecuación 1), por otra parte, el ciclo útil afecta directamente a la corriente y al voltaje por lo que todas las relaciones en el diagrama son directas. Es necesario tener en cuenta para analizar correctamente estas relaciones, que el ciclo útil toma valores entre 0 y 1.

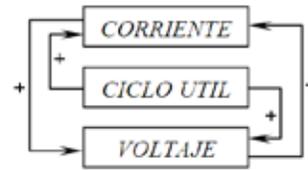


Fig. 4. Diagrama causal del pulsador elevador Boost.

1.3 Análisis con el interruptor en la posición 1

En la figura 5 se muestra el circuito con el transistor en conducción, lo cual hace que la fuente alimente solamente a la inductancia, mientras que el diodo entra en estado de no conducción y desacopla el circuito RC.

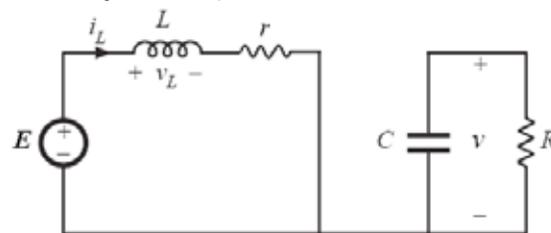


Fig. 5. Circuito equivalente con el transistor en conducción, interruptor en la posición 1.

La ecuación para la malla de la izquierda es:

$$E = L \frac{di}{dt} + ir \quad (2)$$

La ecuación para circuito de la derecha describe el voltaje en el condensador que es el mismo voltaje de salida y está dado por:

$$C \frac{dv}{dt} = -\frac{v}{R} \quad (3)$$

1.4 Análisis con el interruptor en la posición 2

Este caso corresponde al transistor en corte o no conducción, el circuito resultante tiene dos mallas (fig. 6)

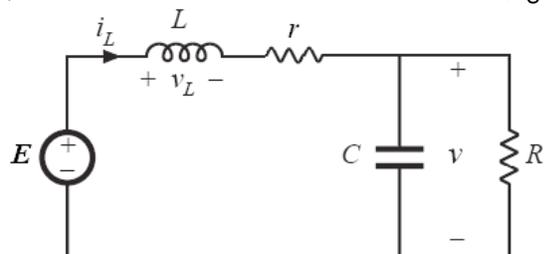


Fig. 6. Circuito equivalente con el transistor en corte, interruptor en la posición 2.

Las ecuaciones de malla y el nodo son:

$$E = L \frac{di}{dt} + ir + v \quad (4)$$

$$i = C \frac{dv}{dt} + \frac{v}{R} \quad (5)$$

1.5 Unificación del modelo

Al considerar las ecuaciones 2 y 4, se observa que solo se diferencian en un término correspondiente al voltaje, de la misma forma las ecuaciones 3 y 5 difieren solo en el término correspondiente a la corriente; basado en esto, es posible unificar el sistema adicionando un parámetro (u) que representa la posición del interruptor con $u = 0$ cuando el interruptor está en la posición 1 y $u = 1$ cuando está en la posición 2; con este parámetro las cuatro ecuaciones se unifican, y al despejar los términos para representar la ecuación de estado del sistema resulta.

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= \frac{1}{L}(E - ir - uv) \\ \frac{dv}{dt} &= \frac{1}{C}\left(ui + \frac{v}{R}\right) \end{aligned} \quad (6)$$

Al tener un solo grupo de ecuaciones para modelar el circuito bajo cualquier condición de operación en el interruptor, las ecuaciones 2 a 5 que son lineales, se transforman en ecuaciones no lineales debido a la multiplicación de las variables de estado con el parámetro u.

De las ecuaciones 6 se obtiene el modelo en variables de estado que corresponden a la corriente en la inductancia (i) y el voltaje en la carga (v), la entrada al sistema es el parámetro u que determina el nivel de voltaje de salida, debido a que controla el tiempo de conducción del transistor.

$$\begin{bmatrix} \frac{di}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{v}{L} \\ \frac{i}{C} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} -\frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

II. CONSIDERACIONES DE DISEÑO Y SIMULACIÓN

Los valores de los elementos usados en el circuito para desarrollar las simulaciones y los compensadores, se eligen con el circuito operando en régimen permanente. Las ecuaciones que definen los valores de L y C están definidas por (8). (Hard 2001)

$$L_{min} = \frac{D(1-D)^2 R}{2f} \quad C > \frac{D}{fR(rizo)} \quad (8)$$

Los parámetros de entrada necesarios para los cálculos son la frecuencia de operación (f) y la resistencia que representa la carga (R); el valor del ciclo de trabajo (D) se determina con el valor de la fuente de alimentación disponible (E) y el voltaje deseado en la carga (V) con la ecuación 1. Si el valor de E es 100 Voltios, el voltaje deseado es 200 Voltios, se obtiene un ciclo de trabajo de 0.5, con este valor y conociendo que la carga es $R = 50\Omega$; adicionalmente se elige una frecuencia de operación (f) de 10 KHz y un rizado de 5%, con estos valores resulta que $L_{min} = 312.5\mu H$ y $C > 20\mu F$. Se eligen los valores mostrados en la tabla 2, un poco mayores para alejar el sistema de un punto crítico de operación. La resistencia interna de la bobina está representada por (r), y se tiene en cuenta por ser un elemento que siempre está presente en este tipo de circuitos que desvía el punto de operación debido a las pérdidas de energía que produce.

Elemento	Descripción	Valor
R	Resistencia de Carga.	50 Ω
C	Condensador	25 μF
L	Inductancia	400 μH
r	Resistencia de la inductancia.	0.1 Ω
E	Voltaje de alimentación	100V

Tabla 2. Parámetros del sistema

2.1 Simulación

A partir de la ecuación 7 se obtuvo el modelo no lineal en Simulink/MatLab (Fig. 7), Y con éste obtener la simulación del sistema, tanto en régimen normal, como con perturbaciones, también es útil para obtener el modelo lineal con la función linmod de MatLab; por otra parte con este archivo también se construye la máscara para el sistema.

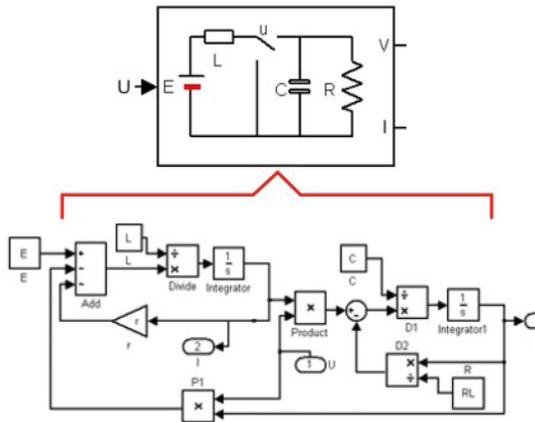


Fig. 7. Esquema del sistema no lineal y su máscara en Simulink

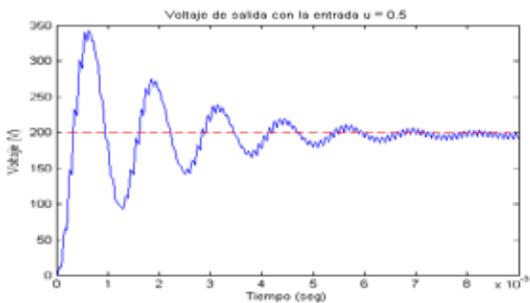


Fig. 8. Respuesta del sistema no lineal obtenida en Simulink

La respuesta de la simulación (fig. 8) muestra que el voltaje comienza en cero, lo cual corresponde al estado inicial, después de varias oscilaciones se estabiliza cerca a los 200 voltios, este valor es el voltaje esperado debido al ciclo de trabajo establecido; la pequeña desviación del punto de equilibrio es causada por la resistencia de la inductancia, que produce pérdidas de potencia.

2.2 Retrato de fase

En el retrato de fase de la Figura 9 se muestra la trayectoria de los estados a partir de condiciones iniciales nulas, en la figura se resalta el punto de equilibrio al cual se llega con cualquier valor de las condiciones iniciales cercanas a dicho punto, esto corresponde a un punto de espiral asintóti-

camente estable. El retrato de fase muestra el efecto de la conmutación, la cual produce el rizado de la corriente de la bobina y el rizado del voltaje de salida.

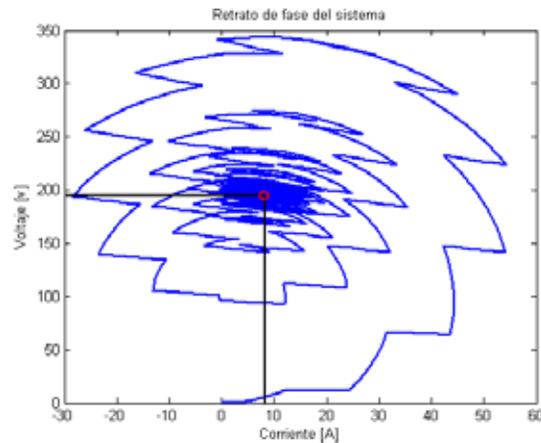


Fig. 9. Retrato de Fase del convertor.

En la figura 10 se muestra la respuesta del sistema ante dos entradas, el valor definido del ciclo de trabajo para la salida deseada (0.5) y esta entrada amplificada 1.5 veces, es decir 0.75; estos valores se usan en el modelo con el porcentaje del periodo del ciclo de la señal del generador de pulsos. Con esta grafica, se verifica la no linealidad del sistema, puesto que aunque las curvas tienen la misma forma, no cumplen con los principios de homogeneidad y superposición, debido a que al aumentar la entrada la salida disminuye.

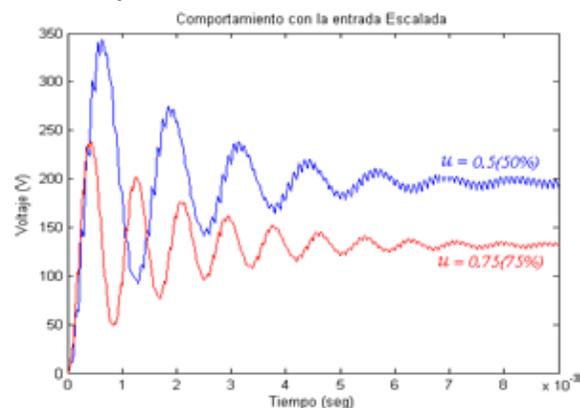


Fig. 10. Simulación para dos entradas que muestran la no linealidad del sistema.

2.3 Solución numérica del sistema no lineal.

Se desarrolló un algoritmo en un programa de MatLab, usando el método de Runge Kutta de orden 4, con el que se obtiene la simulación correspondiente a la solución de

las ecuaciones diferenciales no lineales. El resultado se muestra mediante la curva de salida correspondiente a la señal de voltaje. (Fig. 11).

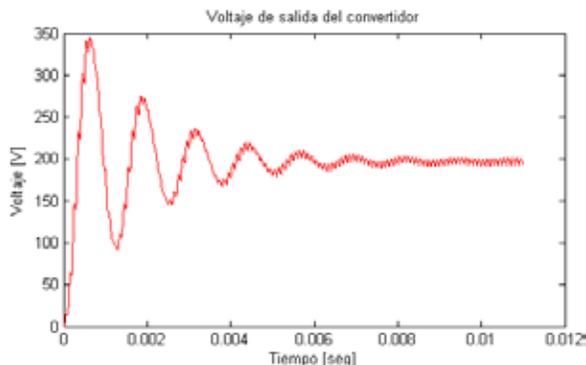


Fig. 11. Respuesta del sistema no lineal obtenida mediante la implementación del método de Runge Kutta.

En la figura 12 se muestran superpuestas las curvas de voltaje obtenidas mediante la simulación y por el método numérico de Runge Kutta, este último con el programa usando 1800 intervalos, se observa que son muy similares, en el detalle se puede ver que la diferencia es prácticamente despreciable.

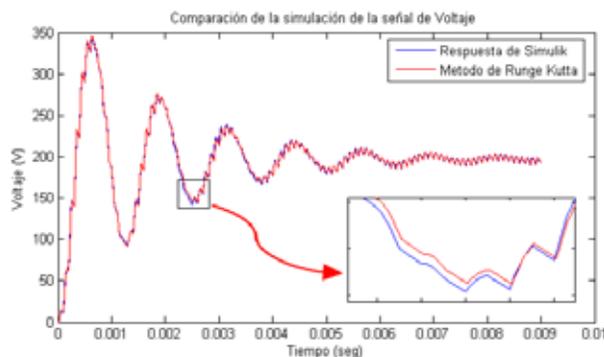


Fig. 12. Comparación de las respuestas del sistema no lineal, con Simulink y por Runge Kutta.

III. LINEALIZACIÓN

A partir de las ecuaciones que describen el sistema, se hallan los puntos de equilibrio, para con estos determinar el modelo lineal necesario para el diseño de los compensadores. De las ecuaciones 4 y 5 se tiene que el equilibrio se presenta cuando:

$$\bar{u}\bar{I} + \frac{\bar{V}}{R} = 0 \quad y \quad E - \bar{I}r - \bar{u}\bar{V} = 0 \quad (9)$$

Debido a la simplicidad de las ecuaciones no es necesario aplicar métodos numéricos para su solución, el ciclo de trabajo para régimen permanente y con el voltaje deseado, se definió antes como $\bar{u} = D = 0.5$ (Ec. 1), al sustituir este valor en 9 y resolver resulta:

$$\bar{V} = 198.412 \text{ V} \\ \bar{I} = 7.936 \text{ A}$$

Los resultados confirman los datos de la simulación (fig. 8) y el efecto de las pérdidas en la inductancia, sin embargo como la desviación respecto a los requerimientos de diseño es menor al 1% (error = 200 – 198.412), entonces se toman los valores nominales (8A, 200V) para hallar el modelo lineal; este proceso se realizó por dos métodos; el primero consistente en obtener el modelo promedio en espacio de estados (Erickson 2003) y (Griñó 2005), el segundo método empleado corresponde al clásico uso de la matriz Jacobiana del sistema; con ambos procedimientos se llega al mismo resultado, por lo que se documenta solamente el segundo que es más concreto.

El modelo linealizado se obtiene utilizando la siguiente relación:

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial \dot{\mathbf{x}}}{\partial \mathbf{x}} \Delta \mathbf{x} + \frac{\partial \dot{\mathbf{x}}}{\partial \mathbf{u}} \Delta \mathbf{u} \quad (10)$$

Donde:

$$\frac{\partial \dot{\mathbf{x}}}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial i} & \frac{\partial f_1}{\partial v} \\ \frac{\partial f_2}{\partial i} & \frac{\partial f_2}{\partial v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{L} & -\frac{\bar{u}}{L} \\ \frac{\bar{u}}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad y \\ \frac{\partial \dot{\mathbf{x}}}{\partial \mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\bar{v}}{L} \\ \frac{\bar{I}}{C} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Al reemplazar los puntos de equilibrio establecidos y desarrollar, se obtiene la ecuación lineal de estados del sistema.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -250 & -1250 \\ 20000 & -800 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 \times 10^5 \\ 3.2 \times 10^5 \end{bmatrix} u \\ \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (12)$$

Usando el archivo de Simulink con el modelo no lineal, y los puntos de equilibrio, se halla el modelo lineal mediante la función `linmod` de MatLab resultando:

$$A = 10^4 \times \begin{bmatrix} -0.025 & -0.125 \\ 2.000 & -0.080 \end{bmatrix}$$

$$B = 10^5 \times \begin{bmatrix} -5 \\ 3.2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad y \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Se obtienen exactamente los mismos resultados por los dos métodos analíticos y mediante la herramienta de MatLab.

3.1 Comparación de la simulación del sistema linealizado con el no lineal

Al realizar la simulación con la ecuación de estados (12) que corresponden al sistema lineal, se obtiene la grafica de la figura 13 donde se muestra superpuesta con la respuesta del sistema no lineal, se observa que la curva sin oscilaciones está en el promedio de la respuesta del sistema no lineal, donde se observan las oscilaciones correspondientes al rizado del voltaje de salida como efecto de la acción del interruptor.

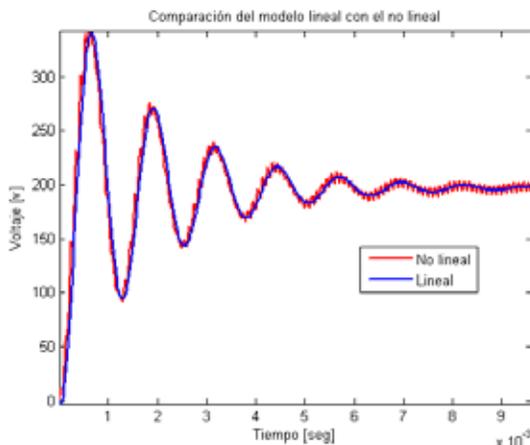


Fig. 13. Comparación del sistema lineal con el no linealizado.

IV. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS

Existen dos parámetros relevantes para el estudio de la sensibilidad en el pulsador elevador, la resistencia de carga (R) y la tensión en la fuente de alimentación (E). En el presente estudio se analiza la sensibilidad de los modelos matemáticos (lineal y no lineal) al primer parámetro. La variación de la resistencia (generalmente se hace menor) se presenta frecuentemente en las aplicaciones industriales del pulsador elevador. Para la construcción de la tabla 3, se asumió una variación del 48% por debajo del valor nominal de la resistencia de carga, esto produce un intervalo de variación [26 50].

4.1 Sensibilidad modelo lineal

Modelo Lineal			Modelo No Lineal		
R	Vp	Error	R	Vp	Error
50	196,825	-3,175	50	197,323	-2,677
47	196,625	-3,375	47	197,220	-2,780
44	196,396	-3,604	44	197,062	-2,938
41	196,134	-3,866	41	196,971	-3,029
38	195,835	-4,165	38	196,829	-3,171
35	195,480	-4,520	35	196,731	-3,269
32	195,060	-4,940	32	196,614	-3,386
29	194,560	-5,440	29	196,472	-3,528
26	193,940	-6,060	26	196,294	-3,706

Tabla 3. Errores producidos en el sistema con la variación del parámetro R

De la tabla 3 se concluye que para el modelo lineal una variación en R del 48% ($R = 26\Omega$), provoca una variación de 1.44% del voltaje de salida. El error medio cuadrático resultante es 4.44 [V]

4.2 Sensibilidad modelo no lineal

De la tabla 3, se concluye que para el modelo lineal una variación del 48% en R , provoca una variación de 0.51%. El error medio cuadrático resultante es 3.18 V. Los resultados de las tablas, muestran que la sensibilidad en cuanto a la resistencia de carga es mayor para el modelo lineal.

V. DISEÑO DEL CONTROL PID

Se selecciona la configuración de control en serie, se requiere un diseño que permita obtener un sobre impulso menor o igual al 25%, la sintonización del PID con el método de Ziegler-Nichols garantiza el cumplimiento de este requisito (Ogata, 1998). Debido a que la respuesta al escalón del sistema en lazo abierto no tiene la forma de respuesta de un sistema sobreamortiguado con retardo, entonces no se sintoniza con el método de la curva de reacción, sino con el método de sensibilidad (Vélez 2006). Para hallar los parámetros del controlador en este último método, se requiere obtener la ganancia crítica (K_{cr}) y el periodo crítico (P_{cr}), la primera se obtuvo a partir del lugar geométrico de las raíces y se comprobó mediante Routh-Hurwitz, $K_{cr} = 3.3 \times 10^{-3}$, el periodo crítico se determinó al aplicar dicha ganancia al sistema en lazo cerrado (Fig. 14), y el resultado obtenido es $P_{cr} = 0.8 \times 10^{-3}$, que se muestra en la figura 14.

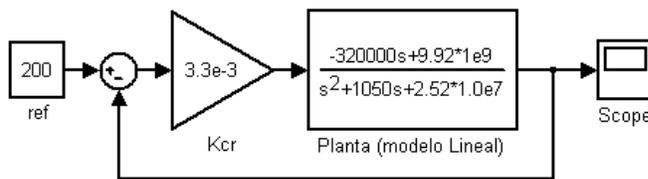


Fig. 14. Sistema en lazo cerrado con la ganancia crítica para medir el periodo crítico.

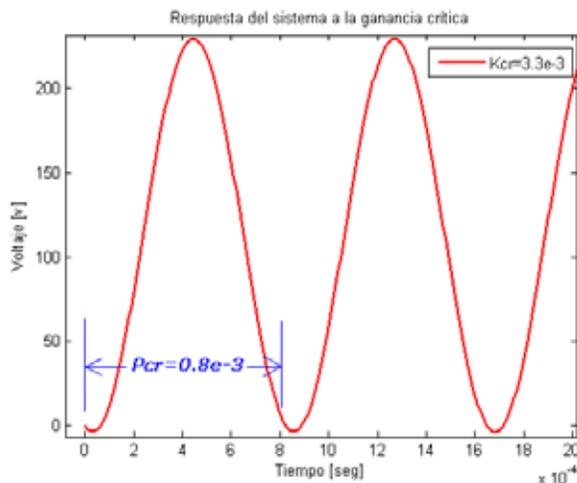


Fig. 15. Medición del periodo crítico con la respuesta del sistema en lazo cerrado.

Teniendo en cuenta la tabla del método de sensibilidad (Vélez 2006) se calculan las constantes del control PID, los resultados se muestran en la ecuación 13

$$\begin{aligned} K_p &= 0.6 * K_{cr} = 1.98 * 10^{-3} \\ T_i &= 0.5 * P_{cr} = 0.4 * 10^{-3} \\ T_d &= 0.125 * P_{cr} = 0.096 * 10^{-3} \end{aligned} \quad (13)$$

El esquema utilizado para comprobar el diseño del regulador, se muestra en la figura 16

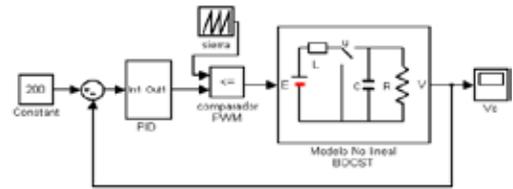


Fig. 16. Sistema con control PID y el subsistema de modulación PWM

La respuesta obtenida aplicando el escalón de 200 voltios, se muestra en la figura 17.

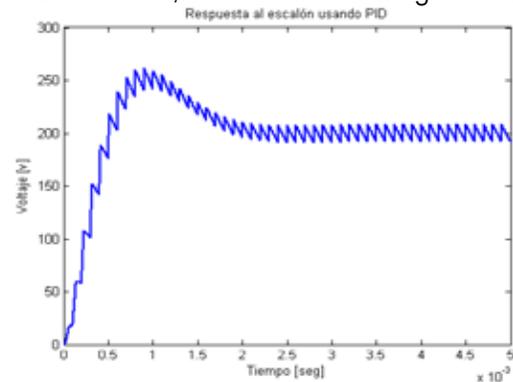


Fig. 17. Respuesta del sistema con control PID

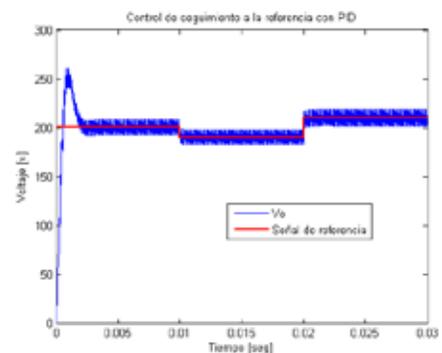


Fig. 18. Respuesta del sistema controlado ante variaciones en la entrada.

En el sistema controlado, se observa que el sobre impulso (M_p) es cercano al 25% (fig. 17.), lo cual es aceptable para los requerimientos de diseño que ofrece el método de Ziegler Nichols. El tiempo de levantamiento es menor a un milisegundo, lo que indica que el sistema de control ofrece una respuesta rápida a cambios abruptos en la entrada de referencia, esto se puede apreciar en la figura 18, la cual resulta al aplicar diferentes valores de referencia cercanos al punto de equilibrio en el que se linealizó el modelo. El error en estado estacionario es despreciable, teniendo en cuenta que el rizado en la salida depende de un elemento ajeno al controlador PID, el condensador del sistema.

El lugar geométrico de las raíces al usar el PID, se muestra en la figura 19. Se observa una región de ubicación de los polos en lazo cerrado en el lado izquierdo, esto permite variar las constantes del controlador para obtener respuestas más rápidas y con menor sobre impulso. La estabilidad relativa del sistema según el LGR sigue siendo similar, debido a los dos polos cercanos al eje imaginario.

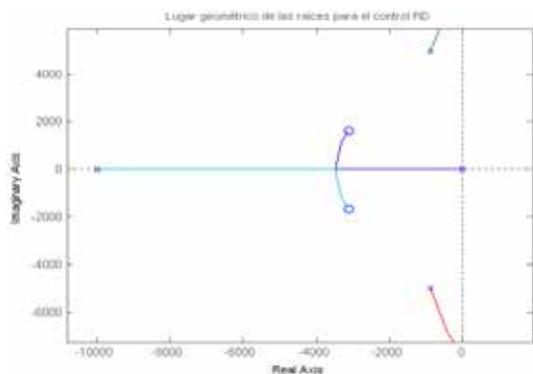


Fig. 19. Lugar geométrico de las raíces en lazo cerrado.

5.1 Análisis de sensibilidad del PID

Al igual que con el sistema en lazo abierto, la sensibilidad del sistema usando el PID se

analiza teniendo en cuenta la variación en la resistencia de carga (R) en el mismo intervalo [26 50], los resultados se muestran en la tabla 4

R	Vp	ess
50	200,105	0,105
47	200,119	0,119
44	200,136	0,136
41	200,156	0,156
38	200,182	0,182
35	200,214	0,214
32	200,255	0,255
29	200,310	0,310
26	200,385	0,385

Tabla 4. Errores producidos por la variación de R en el sistema con control PID

De la tabla se concluye que para el sistema controlado con PID, una variación del 48% en R provoca una variación de tan solo 0.14% en el voltaje de salida. El error medio cuadrático resultante es 0.225 [V].

VI. DISEÑO DEL CONTROL MEDIANTE REALIMENTACIÓN DE ESTADO

El vector de ganancias de realimentación de estado, se obtiene mediante el comando acker de MatLab, este comando requiere las matrices A y B del sistema linealizado, además necesita la ubicación deseada de los polos en lazo cerrado. Las matrices A y B se muestran previamente en este documento, los polos entregados a la función acker se obtuvieron de los polos en lazo cerrado del sistema controlado con PID, esto último con el fin de obtener los similares requerimientos de diseño del controlador. Debido a que se requiere eliminar el error en estado estable, se agrega un integrador, como se muestra en el esquema de control de la figura 20. Al agregar dicho integrador, el sistema resultante tiene un estado más (Kuo, 1995), y por tanto se requiere una ganancia adicional. El resultado arrojado por MatLab para el vector de realimentación es: $k = [0.0033 \ 0.0027 \ -6.4345]$.

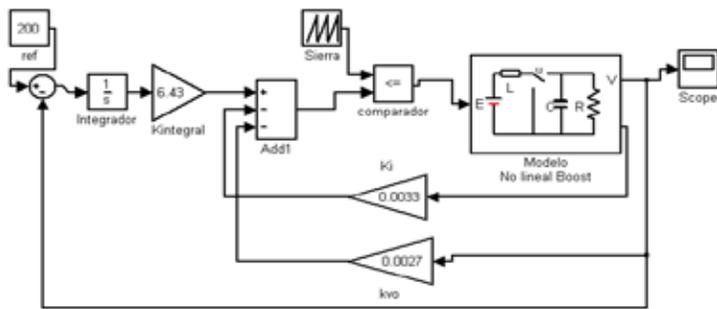


Fig. 20. Sistema con control por realimentación de estado

Por tanto las ganancias correspondientes para cada estado son:

$$Kx_1 = 0.0033 = K_i \rightarrow \text{corriente}$$

$$Kx_2 = 0.0027 = K_{v0} \rightarrow \text{voltaje}$$

$$Kx_3 = 0.0033 = K_{integral}$$

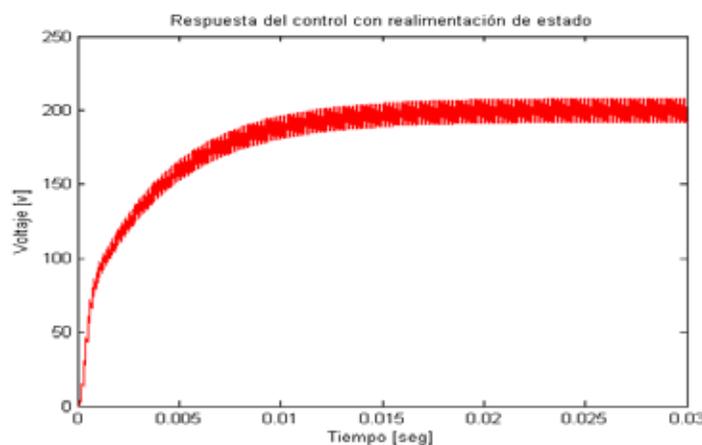


Fig. 21. Respuesta del sistema con control por realimentación de estado.

La figura 21 muestra la respuesta al escalón para el control con realimentación de estado. Se observa claramente que el sistema de control responde lentamente comparado con el PID, el tiempo de levantamiento es cercano a 25 [ms], y el de asentamiento es mayor a 30[ms].

6.1 Análisis de sensibilidad del control con realimentación de estado

La perturbación en el valor de la resistencia en el intervalo trabajado, permite obtener los resultados de la tabla 5

R	Vp	ess
50	200,020	0,020
47	200,030	0,030
44	200,050	0,050
41	200,070	0,070
38	200,102	0,102
35	200,134	0,134
32	200,176	0,176
29	200,231	0,231
26	200,308	0,308

Tabla 5. Errores producidos por la variación de R en el sistema con control PID

De la tabla se concluye que para el sistema controlado con PID, una variación del 48% de R provoca una variación de tan solo 0.14% en el voltaje de salida. El error medio cuadrático resultante es 0.155 [V].

CONCLUSIONES

La herramienta Simulink/MatLab permite implementar con relativa facilidad un sistema de ecuaciones diferenciales, que junto con el uso de las mascarar facilitan el estudio del comportamiento de los sistemas no lineales.

Los resultados de simulación del sistema no lineal (Simulink) son muy similares a los obtenidos con la implementación del algoritmo de Runge Kutta.

Para el punto de equilibrio seleccionado, el sistema lineal obtenido con el modelo promedio en el espacio de estados resulta equivalente al obtenido mediante el Jacobiano y al resultado de la función linmod de MatLab.

La respuesta del sistema lineal corresponde exactamente con el promedio del rizado de voltaje resultante de la simulación del modelo real.

Los experimentos realizados con diferentes condiciones iniciales en el modelo real, junto con el análisis del retrato de fase permiten concluir que el punto de equilibrio es asintóticamente estable.

El modelo lineal resulta más sensible a la variación de la resistencia de carga que el modelo no lineal.

La implementación de los controles diseñados, junto con el análisis de los datos obtenidos evidencia una considerable reducción de la sensibilidad a la variación de la resistencia de carga.

El controlador PID resulta más veloz que el control de realimentación de estados, sin embargo este último reduce en mayor medida la sensibilidad a la variación en la resistencia de carga.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

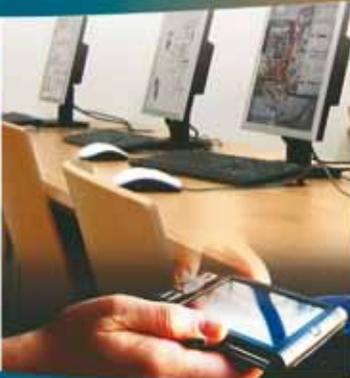
- [1] Burden, R y Faires, D Análisis numérico. México: Thomson editores. (1998).
- [2] Erickson, R. y Maksimovic, D. Fundamentals of power electronics. Boulder: Kluwer Academic Publishers. (2003).
- [3] Hard, D. *Electrónica de potencia*. España: Pearson. (2001).
- [4] Kuo, B. Sistemas de control automático. Naucalpan de Juárez: Prentice Hall. (1996)
- [5] Ogata, K Ingeniería de control moderna. Naucalpan de Juárez: Prentice Hall. (1998).
- [6] Rashid, M. *Electrónica de potencia*. Méjico: Pearson, (1995).
- [7] Shane, M. y Griñó, R. Análisis y diseño de controladores lineales para el convertidor elevador ("Boost") bidireccional en corriente. (Tesis de Maestría, Universidad Politécnica de Cataluña). (2005).
- [8] Sira, H, Márquez, R, Rivas, F y Llanes, O. Control de sistemas no lineales. Madrid: Pearson Prentice Hall. (2005).
- [9] Spinetti, M, Fossas, E y Sira H. Análisis comparativo de diferentes modelos del convertidor Boost. (2005),
- [10] Vélez, C Diseño de sistemas lineales. Notas de clase. 2006 Universidad Eafit. Medellín. (2006).



UNIVERSIDAD DE
SAN BUENAVENTURA
SEDE BOGOTÁ

Calidad humana y profesional

Ingeniería de Sistemas



CÓDIGO SNIES	2520
TÍTULO QUE OTORGA	Ingeniero(a) de Sistemas
METODOLOGÍA	Presencial
DURACIÓN	10 semestres

Objetivo del programa

Formar Ingenieros de Sistemas con las competencias y habilidades para investigar, innovar, analizar, diseñar, construir, implementar y brindar soluciones informáticas en los diferentes sectores de la sociedad.

UNIVERSIDAD DE SAN BUENAVENTURA, SEDE BOGOTÁ • Carrera 8 No. 172-20 • PBX 6E7 1090 • Línea gratuita nacional 01 8000 223 431
Correo electrónico: informacion@usbog.edu.co • www.usbog.edu.co
FACULTAD DE INGENIERÍA • Edificio Fray Diego Barruso - Zona 201 • PBX 6E7 1030 extensiones 275 - 276