

# Diseño básico de una celda electrolítica para la defluorización de aguas residuales industriales por electrodiálisis

## Basic Design of a Electrolytic Cell for Defluoridation of Industrial Wastewater by Electrodialysis

Recibido: Diciembre 4 de 2012  
Aprobado: Diciembre 7 de 2012

Manuel Alejandro Mayorga\* y Cristian Armando Ariza\*\*

### Resumen

El diseño básico presentado tiene por objetivo elaborar un modelo matemático, que basándose en los modelos teóricos, permita estudiar el transporte de los iones en disolución a través de las membranas de intercambio iónico y teniendo en cuenta la configuración de los diferentes circuitos de los que consta la celda objeto de estudio, se plantean las ecuaciones que describen los principales fenómenos de hidrodinámica y transferencia de masa que tienen lugar dentro de la misma celda de electrodiálisis. Dicho modelo puede ser aplicado para dimensionar equipos para la remoción de fluoruro de sodio en vertimientos industriales, reduciendo así la carga excesiva de flúor en las fuentes hídricas (que puede generar enfermedades como la fluorosis dental en la población) y la recuperación de materiales que pueden ser transformados en otros productos comerciales.

\* M. Sc. en Ingeniería Química, Universidad Nacional de Colombia. Ingeniero Químico, Universidad Nacional de Colombia, docente investigador de la Escuela Colombiana de Carreras Industriales, ECCI, área de Mecánica. Experto en el área térmica, energía sostenible, biocombustibles y tratamiento de residuos. Líder de la línea de Energía del Grupo de Investigación en Aprovechamiento Tecnológico de Materiales y Energía, GIATME. E-mail: [mmayorgab@ecc.edu.co](mailto:mmayorgab@ecc.edu.co).

\* Técnico profesional en Mecánica Industrial y estudiante de Ingeniería Mecánica en la Escuela Colombiana de Carreras Industriales, ECCI. Integrante de la sección Energía Sostenible del Grupo de Investigación en Aprovechamiento Tecnológico de Materiales y Energía, GIATME. E-mail: [cri\\_a2@yahoo.es](mailto:cri_a2@yahoo.es)

## Palabras clave

Electrodiálisis, celda electrolítica, aguas residuales industriales, membranas de intercambio iónico, fluoruro de sodio.

## Abstract

The basic design presented here aims to develop a mathematical model that allows, based on theoretical models, to study the transport of the ions in solution through ion exchange membranes and taking into account the configuration of the different circuits of the comprising the cell under study, it raises the equations that describe the major hydrodynamic phenomena and mass transfer occurring within the same cell electro dialysis. This model can be applied to size equipment for the removal of sodium fluoride in industrial discharges, thereby reducing the burden of excessive fluoride in water sources (which can cause diseases such as dental fluorosis in the population) and recovery of materials can be transformed into commercial products.

## Keywords

Electrodialysis, electrolytic cell, industrial wastewater, ion exchange membranes, sodium fluoride.

## I. Introducción

En los procesos industriales llevados a cabo por las empresas dedicadas a la industria galvánica o de recubrimientos superficiales, a la manufactura de vidrio y semiconductores [1, 2], metalúrgicos como el sangrado del magnesio y los licores de las plantas electrolíticas de zinc [3], o la industria del aluminio, fertilizantes o aditivos al agua [4], compuestos organofluorados, fundiciones de aluminio, fabricación de ladrillos y las centrales térmicas de carbón [5], etc. se genera un vertimiento contaminado principalmente por fluoruro de sodio (NaF), que puede llegar a tener una concentración de 3 g/L de fluoruro [5] y mediante la electrodiálisis es posible tratar estas corrientes para disminuir la concentración de contaminantes hacia los cuerpos de agua y como valor agregado obtener ácido fluorhídrico (HF) e hidróxido de sodio (NaOH), que posteriormente podrían ser comercializados o reutilizados en los procesos industriales.

La concentración de fluoruro de sodio presente en el agua está alrededor de 30 g/L de modo que resulta imprescindible concentrar el NaF y diluir en el fluido de descarga, ya que alteran las condiciones normales del cuerpo de agua. Con el diseño de la celda se busca el tratamiento de las aguas residuales separando los iones de flúor y sodio, para luego concentrarlos; además si se desea utilizar como materia prima en procesos distintos y alternos a los establecidos en la industria [6].

La industria galvánica promedio genera vertimientos ya que el agua es necesaria para proceso de estañado, utilizando entre 1200 y 1500 L/día. Las aguas residuales industriales se caracterizan por la presencia de fluoruro de sodio (NaF) el cual es ver-

tido directamente, alterando las condiciones normales del cuerpo de agua ecosistema cuenca [7, 8, 9].

Las aguas residuales industriales con altos contenidos de fluoruros que sin tratamiento sean vertidas sin tratar al medio ambiente, pueden contribuir a la contaminación de las aguas subterráneas, que pueden ser una de las fuentes de abastecimiento de agua cruda de los acueductos [2]. La presencia del ion fluoruro en el agua potable es grave y puede generar problemas de salud pública ya que la ingesta de este contaminante es peligroso, produce una calcificación anormal en los huesos, y los dientes, llamada fluorosis ósea, causa principal de enfermedades de salud dental en niños entre los 6 y los 12 años de edad [10], además de problemas en las articulaciones y en la cadera [1], el contacto con la piel podría generar dermatitis y conjuntivitis [11], así como otras enfermedades, como por ejemplo en la tiroides [12]; a nivel mundial, un estudio de la UNICEF muestra que la fluorosis es una enfermedad endémica en al menos 27 países [2].

Se considera que la máxima concentración permitida de fluoruro para agua potable es 1,5 mg/L y la mínima es de 0,5 mg/L (por debajo no hay prevención de la caries dental) [1, 13]; la OMS y los canadienses fijan un estándar de 1.5 mg/L, mientras que la Unión Europea 1 mg/L y la EPA un valor de 4 mg/L [4].

El contaminante del vertimiento es susceptible a tratamientos, los cuales pueden disminuir la carga contaminante y/o aprovechar parte de los elementos presentes en el agua, ampliando la vida útil de estos. Varios métodos han sido estudiados para la defluorización del agua, tales como adsorción, precipitación química, electrodiálisis y métodos electroquímicos [1, 14], tales como la electrocoagulación [13] con electroflotación [15, 2]. Para la adsorción, se usan distintos materiales, como por ejemplo materiales compuestos de Zr-Mn [12]. El tratamiento por precipitación reduce altas concentraciones de fluoruro hasta 2 mg/L [16], mientras que las técnicas de membrana (nanofiltración, osmosis inversa, electrodiálisis) se han desarrollado para remover fluoruros de aguas que contienen entre 5 y 20 mg/L [15] y remover más del 95% de los fluoruros [5]; para la comprensión del fenómeno electrocinético en soluciones concentradas puede remitirse a algunos estudios presentados [17].

La electrodiálisis consiste en la separación iónica a través de una serie de membranas situadas sucesivamente y separadas entre sí, al aplicar campos eléctricos se genera la migración de iones que pasan por estas membranas que actúan como tamices. Este proceso se desarrolla dentro de una celda electrolítica y es una técnica de separación basada en la migración selectiva de iones disueltos a través de membranas de intercambio iónico por acción de un campo eléctrico continuo. Un celda está compuesta por varias membranas de intercambio catiónico y aniónico situadas alternativamente entre un ánodo y un cátodo. Las de intercambio catiónico, cargadas negativamente, son permeables a los cationes, mientras que las de intercambio aniónico, cargadas positivamente, lo son a los aniones [18].

Cuando la celda se alimenta con una solución iónica con una disolución de cloruro sódico, no se aprecia ningún fenómeno de transferencia iónica en tanto que no se ha aplicado ningún potencial. Sin embargo, al dejar circular corriente por la celda, los iones sodio,

cargados positivamente, migran hacia el cátodo y, simultáneamente, los iones cloruro, de carga negativa, son atraídos hacia el ánodo. Los iones sodio no pueden atravesar las membranas aniónicas mientras que las membranas catiónicas se oponen al paso de los iones cloruro. El resultado global es el incremento de concentración en compartimentos alternados y la disminución de la concentración iónica en los compartimentos restantes, dando lugar a disoluciones concentradas y diluidas respectivamente.

Las membranas de intercambio iónico, MII, son membranas sintéticas permeables a iones positivos o negativos en disolución (membranas porosas) que suelen fabricarse con un espesor de entre 50 y 200  $\mu\text{m}$ . Las membranas permeablemente selectivas a los cationes reciben el nombre de membranas de intercambio catiónico, MIC, mientras que las que son selectivas al paso de aniones son llamadas membranas de intercambio aniónico. Esta selectividad es consecuencia de la presencia de cargas iónicas fijadas en la matriz de la membrana. Las MIC contienen cargas iónicas negativas fijas en su estructura, tales como grupos sulfónico o carboxilo. Se tienen estudios más detallados que brindan criterios no solo para la adecuada selección de la MII, sino para su preparación y caracterización en caso de una electrodiálisis [19].

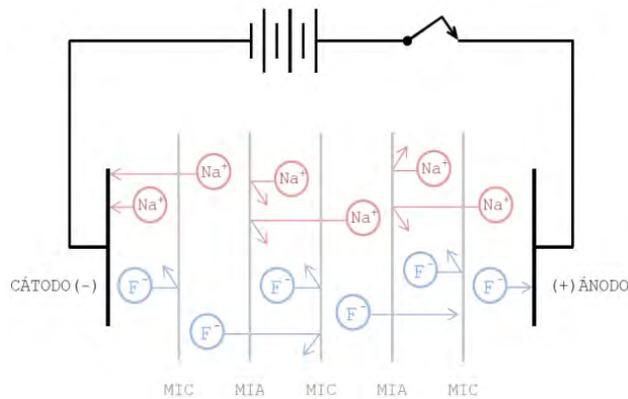


Fig. 1. Celda alimentada con la disolución de fluoruro de sodio con potencial aplicado

Como se muestra en la figura 1, la carga de estos grupos está neutralizada por contraiones (iones de carga opuesta). Las membranas de intercambio aniónico, MIA, están formadas por cargas iónicas positivas, por tanto, los contraiones son negativos. En las MII, la unión entre los iones fijados y sus contraiones puede disociarse, de modo que estos últimos son móviles y pueden ser sustituidos por otro ion. Es por ello que la membrana resulta ser permeable a los contraiones y repele a los coiones (iones de igual signo al de los iones fijados).

Las membranas de intercambio iónico deben ser insolubles en disolución acuosa y presentar baja resistencia eléctrica a fin de garantizar que la intensidad de corriente que circule a través de la celda para una determinada diferencia de potencial sea lo suficientemente elevada para facilitar la migración iónica desde la corriente diluida a la concentrada. El material que controle eléctricamente el intercambio aniónico a través de la membrana puede ser polimérico, como por ejemplo polianilina modificada para la remoción efectiva de fluoruro del agua [16].

En la figura 2, se observa un proceso de electrodiálisis de fluoruro de sodio para recuperar fluoruro de zinc, hidróxido de sodio y gas hidrógeno considerando un ánodo de zinc.

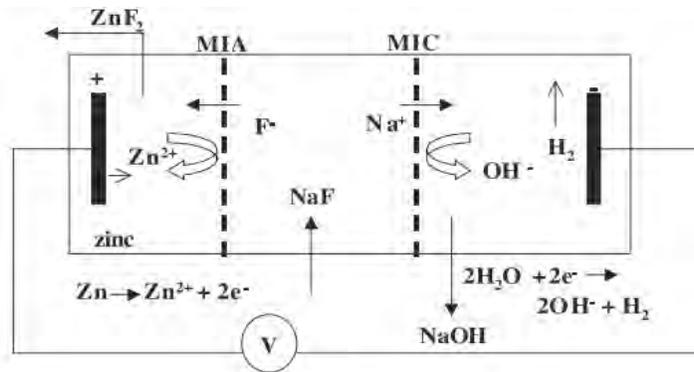


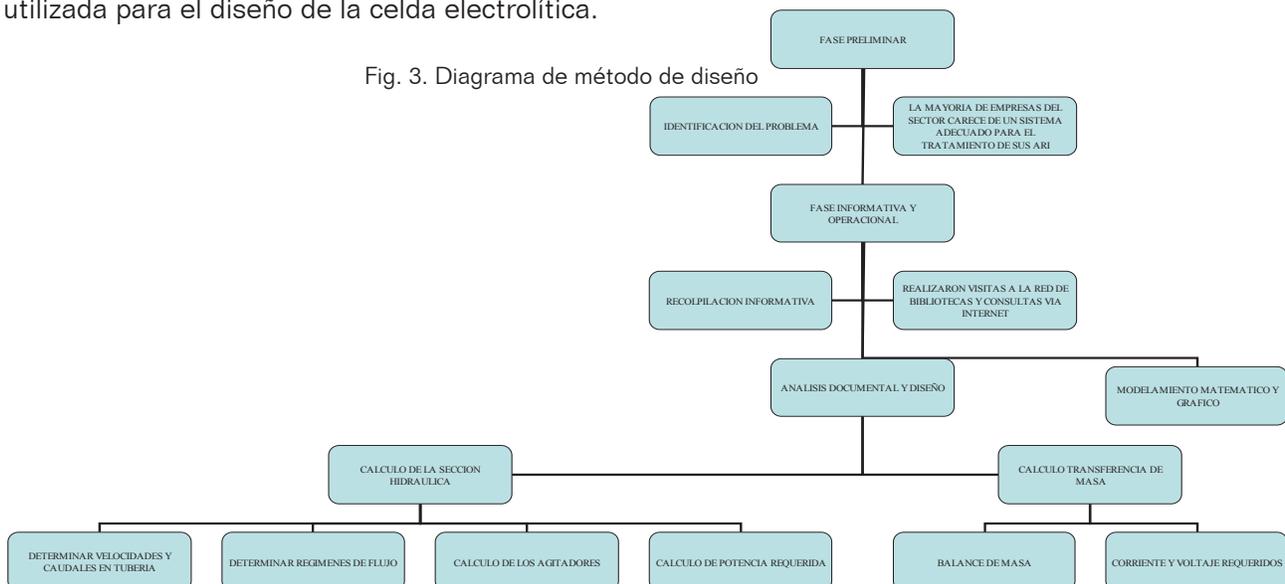
Fig. 2. Celda electrolítica con electrodiálisis para el fluoruro de zinc. Adaptado de [3]

Para el diseño de la celda se deben tener en cuenta algunos parámetros fundamentales que se tratarán más adelante, los cuales serán útiles a la hora de calcular y modelar las dimensiones, las variables del proceso y la sustentación de los resultados a analizar. Después de estimar el valor más apropiado para cada uno de los parámetros que intervienen en las ecuaciones que conforman el modelo, se procede a alimentar una base de datos una de cálculo. Si además, los resultados obtenidos por el modelo ya validado cumplen con las expectativas previstas de concentración, consumo energético y dimensionamiento, la celda podría contemplarse como una tecnología viable a escala industrial para la concentración de los desechos del proceso mencionado anteriormente.

## II. Metodología

La figura 3 ilustra todo el proceso para el diseño de la celda de electrodiálisis desde la identificación de la problemática, como panorámica general, hasta lo particular que son los cálculos de la tubería y los componentes internos de la celda, como los agitadores y dimensiones generales y por último la parte funcional de la celda: la transferencia de masa en las membranas mencionadas en párrafos anteriores. A continuación se expone la teoría utilizada para el diseño de la celda electrolítica.

Fig. 3. Diagrama de método de diseño



### III. Parámetros de diseño de la celda

#### 3.1 Numero de Reynolds

Para que un tanque de proceso sea eficaz, con independencia del problema de agitación, el volumen de fluido movido por el agitador debe ser suficiente para llevar las corrientes hasta las partes más remotas del tanque. En las operaciones de mezcla y dispersión la velocidad de circulación no es el único factor, ni siquiera el más importante, sino que con frecuencia la turbulencia de la corriente controla la eficacia de la operación [20].

Las investigaciones de Osborne Reynolds han demostrado que el régimen de flujo en tuberías, es decir, si es laminar o turbulento, depende del diámetro de la tubería, de la densidad y la viscosidad del fluido y de la velocidad del flujo. El valor numérico de una combinación adimensional de estas cuatro variables, conocido como el número de Reynolds, puede considerarse como la relación de las fuerzas dinámicas de la masa del fluido respecto a los esfuerzos de deformación ocasionados por la viscosidad. De acuerdo a la ecuación 1, el número de Reynolds,  $Re$ , se determina como:

$$Re = \frac{D_e \bar{v} \rho}{\mu} \quad (1)$$

Donde  $D_e$  es el diámetro equivalente (también llamada algunos casos longitud característica),  $\bar{v}$  es la velocidad promedio,  $\rho$  la densidad y  $\mu$  la viscosidad.

Para estudios técnicos, el régimen de flujo en tuberías se considera como laminar si el número de Reynolds es menor que 2000 y turbulento si el número de Reynolds es superior a 4000. Entre estos dos valores está la zona denominada «crítica» donde el régimen de flujo es impredecible, pudiendo ser laminar, turbulento o de transición, dependiendo de muchas condiciones con posibilidad de variación [21].

#### 3.2 Pérdidas de carga en tuberías

El flujo de los fluidos en tuberías está siempre acompañado de rozamiento de las partículas del fluido entre sí y, consecuentemente, por la pérdida de energía disponible; en otras palabras, tiene que existir una pérdida de presión en el sentido del flujo. La ecuación general de la pérdida de presión,  $\Delta P$ , relacionada como pérdida de carga,  $h_f$ , (altura), y que se conoce como la ecuación Hagen-Darcy-Weisbach, está presentada en la ecuación 2:

$$h_f = \frac{\Delta P}{\gamma} = f \frac{L}{D_e} \frac{\bar{v}^2}{2g} \quad (2)$$

Con  $\gamma$  como el peso específico ( $\gamma = \rho g$ ),  $g$  la aceleración gravitacional, y  $f$  el factor de fricción (de Darcy); este último es función de la turbulencia y el material de la superficie, es decir del número de Reynolds y de la rugosidad relativa.

Otras pérdidas pueden ocurrir a causa de la presencia de válvulas, codos y otros accesorios que producen un cambio en la dirección del flujo o en el tamaño del conducto de flujo. Las pérdidas de carga que resultan de la presencia de estos accesorios,  $h_s$ , son función de la geometría del accesorio, del número de Reynolds y de la rugosidad. Como una primera aproximación se ha encontrado que la pérdida de carga en los accesorios es independiente del número de Reynolds y que puede evaluarse como (ecuación 3):

$$h_s = K \frac{\bar{v}^2}{2g} \quad (3)$$

Donde  $K$  es un coeficiente que depende del accesorio.

### 3.3 Diseño del agitador

Las proporciones típicas del agitador turbina de acuerdo a la figura 4, están dados desde la ecuación 4 hasta la 9, como se muestra a continuación [22]:

$$\frac{D_a}{D_t} = \frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\frac{H}{D_t} = 1 \quad (5)$$

$$\frac{J}{D_t} = \frac{1}{12} \quad (6)$$

$$\frac{E}{D_a} = 1 \quad (7)$$

$$\frac{W}{D_a} = 1 \quad (8)$$

$$\frac{L}{D_a} = \frac{1}{4} \quad (9)$$

El número de palas del agitador varía entre 4 y 16, pero generalmente es de 6 u 8 [22]. Situaciones especiales pueden, por supuesto, aconsejar proporciones diferentes de las que se acaban de indicar; por ejemplo, puede resultar ventajoso colocar el agitador más alto o más bajo en el tanque, o bien puede ser necesario utilizar un tanque más profundo para alcanzar el resultado apetecido. Con todo, las proporciones estándar antes relacionadas son ampliamente aceptadas y en ellas se basan muchas de las correlaciones publicadas sobre el funcionamiento de agitadores.

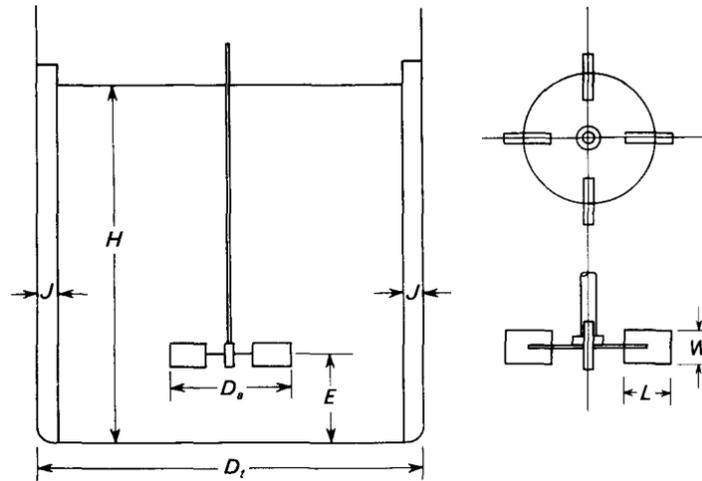


Fig. 4. Medidas de un agitador. Tomado de [22]

La turbulencia es una consecuencia de que las corrientes estén adecuadamente dirigidas y de que se generen grandes gradientes de velocidad en el líquido. Tanto la circulación como la generación de turbulencia consumen energía. Más adelante se estudian las relaciones entre el consumo de potencia y los parámetros de diseño de tanques agitados.

Según se verá, algunos problemas de agitación requieren grandes flujos o elevadas velocidades medias, mientras que otros necesitan una elevada turbulencia o disipación local de potencia. Aun cuando tanto la velocidad de flujo como la disipación de potencia aumentan con la velocidad del agitador, la selección del tipo y tamaño del agitador influye sobre los valores relativos de la velocidad de flujo y la disipación de potencia.

### 3.4 Consumo de potencia

Un importante factor en el diseño de un tanque agitado es la potencia que se requiere para mover el rodete. El número de potencia,  $N_p$ , es análogo a un factor de fricción o a un coeficiente de rozamiento. Es proporcional a la relación entre la fuerza de rozamiento que actúa sobre una unidad de área del rodete y la fuerza inercial. La fuerza inercial, a su vez, está relacionada con el flujo [22]. En la tabla 1 se muestran los valores del factor  $K_L$ , requeridos para calcular la potencia con la ecuación 10.

Tipo de rodete	$K_L$
Hélice, paso cuadrado, tres palas	41
Paso de 2, tres palas	43
Turbina, seis palas planas	71
Seis palas curvas	70
Turbina de ventilador, seis palas	70
Palas planas, dos palas	36
Turbina cerrada, seis palas curvas	97
Con estator, sin deflectores	172,5

Tabla 1. Factor  $K_L$  para rodetes en tanques sin placas deflectoras [22]

La potencia,  $P$ , comunicada al líquido se calcula con la ecuación 10:

$$P = \frac{K_L n^2 D_a^3 \rho}{g} \quad (10)$$

### 3.5 Transferencia de masa en el tanque agitado

En los cálculos típicos que se realizan en el estudio de la transferencia de masa se suele definir un parámetro que agrupa todos los efectos convectivos y difusivos, este es el coeficiente de transferencia de masa ( $k_c$ ); de tal manera que el flujo total sea proporcional a un gradiente de concentraciones (o composiciones), donde dicho coeficiente es la constante de proporcionalidad, que además es inversamente proporcional al espesor de la capa en la cual se efectúa la transferencia. Es importante aclarar que si la transferencia ocurre entre dos fases, hay un coeficiente de transferencia de masa para cada una de ellas y si ocurre en una sola fase, sólo hay un coeficiente de transferencia de masa.

Para efectos de la transferencia de masa estudiada en el tanque agitado un balance de masa en estado transitorio lleva a la siguiente relación de difusividad (ecuación 11):

$$V \frac{dC}{dt} = k_c A (C_{sat} - C) \quad (11)$$

donde  $C_{sat}$  y  $C$  son las concentraciones a cada lado de la membrana,  $\frac{dC}{dt}$  la rapidez de cambio instantánea de la concentración,  $A$  el área transversal al flujo (de la membrana) y  $V$  el volumen de la celda.

Con el fin de hallar el coeficiente de transferencia de masa se utiliza la siguiente correlación empírica (ecuación 12) [23]:

$$Sh = 0,064 Re^{1/2} Sc^{1/3} \quad (12)$$

que correlaciona el número de Sherwood,  $Sh$ , en función del número de Reynolds,  $Re$ , y el número de Schmidt,  $Sc$ . El coeficiente de transferencia de masa,  $k_c$ , se puede calcular a través del número de Sherwood mediante la ecuación 13 [20]:

$$k_c = \frac{Sh D_{AB}}{D_e} \quad (13)$$

El número de Schmidt,  $Sc$ , se calcula por medio de la ecuación 14 [20]:

$$Sc = \frac{\mu}{\rho D_{AB}} \quad (14)$$

Siendo  $D_{AB}$  la difusividad del componente «A» a través del «B». En este caso «A» corresponde al fluoruro de sodio y «B» al solvente, es decir el agua. Para la situación del agua residual se considera la electrodiálisis como un tratamiento terciario, es decir que ya se había removido otras cargas (como las orgánicas) que haya tenido el vertimiento; de

esta manera la corriente es una mezcla binaria. De todas manera se han realizado estudios para el tratamiento electroquímico de efluentes de destilería con compuestos orgánicos e iones de flúor que usan electrodos de grafito, arrojando resultados positivos y sostenibles inclusive desde el punto de vista económico [24].

### 3.6 Ley de Ohm

Para poder tener corriente eléctrica es necesario que exista una diferencia de potencial entre dos cargas, la cual hará que empiecen a circular electrones a través de los conductores, es decir tres magnitudes fundamentales como la tensión, la intensidad y la resistencia están íntimamente relacionadas entre sí, esto lo comprobó mediante una serie de experimentos Georg Simon Ohm cuyo enunciado es el siguiente: «La intensidad,  $I$ , es directamente proporcional a la tensión,  $V$ , e inversamente proporcional al resistencia,  $R$ » [22], y que se transforma en la ecuación 15.

$$V = IR \quad (15)$$

La resistencia de un conductor uniforme está dada por la ecuación 15 [25]:

$$R = \frac{\rho l}{A} \quad (16)$$

Con  $\rho$  como la resistividad (inverso de la conductividad),  $l$  la longitud y  $A$  el área en la sección transversal.

En la celda las resistencias para la corriente debe vencer para circular están en serie, por lo que la resistencia equivalente del conjunto,  $R_{eq}$ , es una suma de diferentes resistencias eléctricas (las dos membranas y el fluido), como muestra la ecuación 16.

$$R_{eq} = R_{MIA} + R_{fluido} + R_{MIC} \quad (17)$$

## IV. Modelamiento gráfico

La figura 5 muestra los componentes de la celda electrolítica objetivo del estudio, este diseño es resultado de la investigación realizada, se ha optado por tener cinco compartimentos, dos de ellos son promotores de turbulencia (agitadores) que aportan rangos adecuados de agitación necesarios para una buena transferencia de masa y así obtener sustancia con menos concentración y con el paso del tiempo, energía necesaria, diferencia de potencial y selectividad de las membranas de intercambio iónico tendremos la sustancia diluida, también es así como entre los dos compartimentos de flujo diluido encontramos un compartimento de sustancia concentrada que es al lugar que han migrado la mayor cantidad de iones de nuestra sustancia, el flujo de los compartimentos de los extremos se direcciona a una posterior recirculación por los compartimentos de sustancia diluida. El diseño de la celda se recrea a través del programa de modelamiento 3D llamado Sketch Up.

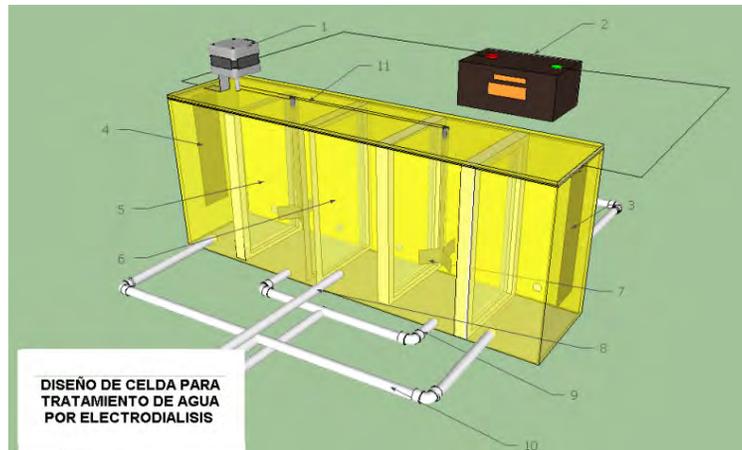


Fig.5. Esquema de celda electrolítica. 1: Motor de agitación. 2: Fuente regulada. 3: Ánodo 4: Cátodo. 5: membrana de intercambio catiónico. 6: membrana de intercambio aniónico. 7: Agitador. 8: salida de flujo concentrado. 9: Salida de flujo diluido. 10: salida de flujo para recirculación. 11: correas de los agitadores.

## V. Simulación del modelo matemático

En la tabla 2 se muestran todos los parámetros empleados en el modelo, con sus símbolos y unidades. Con el objetivo de poder estudiar el proceso en la celda ante diferentes escenarios, se propone que el valor para los parámetros y variables que describen las condiciones de operación del proceso pueda ser escogido por el usuario antes de ejecutar el programa. Para ello, se define un conjunto de entradas los cuales serán puestos a disposición de las necesidades del usuario. En el programa CRILUDI se muestran los datos obtenidos para cada uno de los componentes tenidos en cuenta en el diseño de la celda electrolítica, se podrán ejecutar dichos parámetros en cada uno de estos. Las entradas se encuentran en celdas de color amarillo y los resultados en celdas de color blanco.

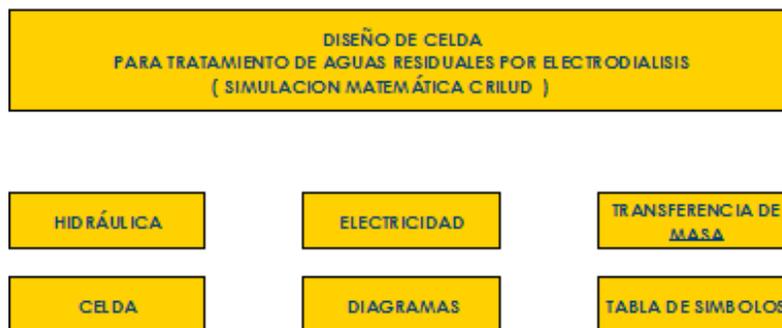


Fig. 6. Componentes del programa CRILUDI

El programa CRILUDI realizado con base del software *Excel*®, y cuya interfaz es presentada en la figura 6, se convierte en una herramienta de gran importancia en el desarrollo de este diseño, proporciona rapidez y exactitud en manejo de los cálculos correspondientes, dándole versatilidad en el manejo de las entradas. Estos componentes están enlazados de tal manera que al modificar una o varias de las entradas (celdas de color amarillo) del programa, automáticamente modifica todas las salidas (celdas de color blanco).

SÍMBOLO	DEFINICIÓN	UNIDAD	TIPO
$Q$	Caudal	m <sup>3</sup>	Entrada
$\rho$	Densidad del fluido	kg/m <sup>3</sup>	Entrada
$\mu$	Viscosidad	Pa.s	Entrada
$\bar{v}$	Velocidad	m/s	Variable
$A$	Área	m <sup>2</sup>	Variable
$\phi$	Diámetro de la tubería	m	Entrada
$Re$	Número de Reynolds	adimensional	Variable
$h_f$	Pérdidas de carga	m	Variable
$L$	Longitud de tubería	m	Entrada
$f$	Factor de fricción	adimensional	Variable
$K$	Coefficiente de pérdida por accesorios	adimensional	Parámetro
$a$	Reducción 3/8 a 1/4	m	Entrada
$b$	Cruz 1/4	m	Entrada
$c$	Tee 1/4	m	Entrada
$d$	Tee 1/4	m	Entrada
$e$	Codo 90 1/4	m	Entrada
$f$	Codo 90 1/4	m	Entrada
$g$	Llave de paso 1/4 H.M	m	Entrada
$P$	Potencia	W	Variable
$\dot{m}$	Flujo másico	kg/s	Variable
$D_e$	Diámetro equivalente	m	Variable
$D_a$	Diámetro agitador	m	Variable
$E$	Profundidad (altura respecto a la superficie inferior)	m	Variable
$W_t$	Altura de aspa del agitador	m	Variable
$L$	Longitud de aspa del agitador	m	Variable
$F_g$	Frecuencia	rpm	Entrada
$n$	Velocidad de giro	adim	Variable
$N_p$	Número de potencia	adim	Variable
$K_L$	Constante para turbinas sin placas	adim	Parámetro

Tabla 2. Definiciones, símbolos, unidades respectivas y tipos

En el estudio y diseño de procesos industriales resulta fundamental ser capaz de predecir el comportamiento dinámico de cualquier unidad de proceso y optimizar sus condiciones de operación, así como facilitar que procesos realizados a escala laboratorio como esta celda electrolítica, puedan ampliarse a nivel industrial [3]. La modelización y la simulación son herramientas que hacen posible lograr estos objetivos sin necesidad de llevar a cabo largos experimentos, puesto que permiten no solamente estudiar la evolución del proceso bajo las condiciones de trabajo habituales sino también probar la capacidad del sistema diseñado sometiéndolo a condiciones de operación establecidas en cada situación.

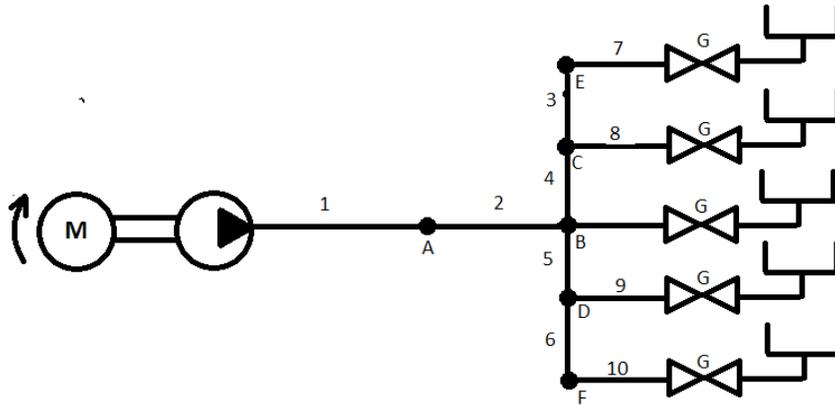


Fig. 7. Plano Hidráulico del Sistema de Alimentación

Como ya se postuló, el caudal y el diámetro de las tuberías son datos de entrada, en el caso  $Q$  se definió este como 1 L/min, el diámetro de la sección 1 de 3/8" y los demás tramos (2) de 1/4", como se observa en la tabla 3. Para los siguientes cálculos hidrodinámicos es necesario orientarse a partir de la figura 7. Las medidas entregadas normalmente por el fabricante en pulgadas se convierten a unidades del sistema internacional. Para hallar las velocidades del fluido se calculan las respectivas áreas de los tubos haciendo uso de la ecuación (1) y posteriormente calcular el número de Reynolds del flujo en cada sección definiéndose el régimen respectivo.

Tramo	1	2
$Q$ (m <sup>3</sup> /s)	0,0000166	
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1015	
$\mu$ (Pa.s)	0,001	
$A$ (m <sup>2</sup> )	0,000018	0,000008
$\bar{v}$ (m/s)	0,933	2,097
$\phi$ (m)	0,0095	0,0064
$Re$	9014	13514
Régimen	Turbulento	Turbulento

Tabla 3. Resultados de los cálculos de área, velocidad y número de Reynolds de la tubería de alimentación de la celda

Las pérdidas de energía inciden sustancialmente a la hora de calcular la potencia de la bomba de alimentación, ya que representan las resistencias que opone el rozamiento tanto del fluido como del material de la tubería. Para calcular cada una de las pérdidas de los tubos del montaje de alimentación se requiere de las longitudes de cada tubo dada en metros y que son proporcionadas por el usuario (dato de entrada) las velocidades de cada sección de tubería calculadas.

El factor de fricción se deduce conociendo el valor del número de Reynolds calculado en (1). Finalmente teniendo estos valores se recurre a (2) para el cálculo de cada pérdida en los tubos; los resultados se presentan en la Tabla 4.

Sección	$L$ (m)	$\bar{v}$ (m/s)	$\phi$ (m)	$Re$	$f$	$h_f$ (m)
1	0,3	0,93	0,0095	9014	0,0078	0,044
2	0,2	2,10	0,0064	13514	0,0060	0,170
3	0,1	2,10	0,0064	13514	0,0060	0,085
4	0,1	2,10	0,0064	13514	0,0060	0,085
5	0,1	2,10	0,0064	13514	0,0060	0,085
6	0,1	2,10	0,0064	13514	0,0060	0,085
7	0,1	2,10	0,0064	13514	0,0060	0,085
8	0,1	2,10	0,0064	13514	0,0060	0,085
9	0,1	2,10	0,0064	13514	0,0060	0,085
10	0,1	2,10	0,0064	13514	0,0060	0,085
$\Sigma h_f$						0,89

Tabla 4. Resultados del cálculo de las pérdidas en la tubería de alimentación

No solo las pérdidas de los tubos inciden en la potencia de la bomba de alimentación, también cada accesorio tiene su factor de pérdida en este caso definido con la letra  $K$ . En el montaje se definieron cinco clases de accesorios como reducción, codos, «tees», cruz y válvulas de paso, cada accesorio tiene un factor de fricción diferente, en el caso de la reducción, el factor se calcula a partir de un ángulo de reducción y los diámetros y las velocidades de cada tubo conectado por dicho accesorio, como se puede ver en la tabla 5.

Accesorio	$K$	$\bar{v}$ (m/s)	$h_s$ (m)
<i>a</i>	0,18	0,933	0,0080
<i>b</i>	0,00	2,097	0,0000
<i>c</i>	0,40	2,097	0,0896
<i>d</i>	0,40	2,097	0,0896
<i>e</i>	0,90	2,097	0,2017
<i>f</i>	0,90	2,097	0,2017
<i>g</i>	0,85	2,097	0,1905
$\Sigma h_s$			0,389

Tabla 5. Resultados del cálculo de las pérdidas en los accesorios de la tubería de alimentación

Finalmente se procede a calcular la potencia de la bomba (tabla 6). Ya que la bomba de alimentación cubre todo el sistema de tuberías con sus respectivos accesorios, se suman todas las pérdidas, tanto de tubos, como de accesorios, se calcula el flujo másico del líquido a partir del caudal inicial. Inicialmente se había contemplado un caudal mayor, pues se pensaba tratar un volumen más alto y con flujo continuo, por consiguiente resultaba una potencia bastante alta (228 W) pero se optó por un sistema de laboratorio, de magnitudes más pequeñas.

$\dot{m}$ (kg/s)	0,017
$\Sigma h_{total}$ (m)	1,280
$P$ (W)	0,212

Tabla 6. Resultados del cálculo de la potencia de la bomba de alimentación

Los datos de base y altura de cada compartimiento en la celda son datos de entrada, los cuales son dispuestos por el usuario. Con el fin de calcular el diámetro equivalente, se requirió de los datos de base y altura. Al momento de tomar la velocidad de entrada y de salida de la celda, se concluye que no es lógica una con respecto a la otra, ya que se descargaría ochenta veces lo que entra (tabla 7).

$h$ (m)	0,20
$b$ (m)	0,10
$L_c$ (m)	0,10
$D_e$	0,13
$Re_{entrada}$	112,33
$\bar{v}_{entrada}$ (m/s)	0,00083
Régimen	Laminar
$A_{total\ celda}$ (m <sup>2</sup> )	0,100
Número de Compartimientos	5

Tabla 7. Resultados del cálculo de para el diseño de la celda

Visto el problema, se decidió que el sistema completo de la celda más el sistema de alimentación debe ser estacionario, esto es por ciclos en determinados tiempos. Además de este problema surgió uno más relacionado con el número de Reynolds, ya que al llegar el flujo a la celda inmediatamente se convierte al régimen laminar, esto por el diámetro mucho mayor de los compartimientos de las celdas que el de los tubos de alimentación. Para que haya una buena transferencia, se debe tener régimen turbulento y para conseguirlo, se debe optar por un número de Reynolds más alto que 4000.

Se analizaron opciones y se decidió por la implementación de agitadores mecánicos, para elevar el Reynolds y contribuir para la formación de régimen turbulento.

Teniendo en cuenta la investigación de la teoría de los agitadores se calculan las dimensiones del agitador y la ubicación en el compartimiento, haciendo uso de las proporciones (ecuaciones 4 a 9), las cuales como se aprecia en la sección de agitadores, todas sus dimensiones dependen del diámetro equivalente ( $D_a$ ) del tanque o compartimiento. Dichos resultados están en la tabla 8.

$D_a$ (m)	0,033
$E$ (m)	0,033
$W_j$ (m)	0,007
$L$ (m)	0,008

Tabla 8. Resultados del cálculo para las dimensiones del agitador

Para lograr un régimen turbulento muy superior al calculado en la entrada del compartimiento se instalan los agitadores en la celda, se debe saber la potencia de los agitadores. En este caso el tanque es cuadrado y no necesita placas deflectoras, para calcular la potencia se hace uso de la ecuación 10.

$F_g$	250
$n$	4,2
$K_L$	71
$D_a$ (m)	0,033
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1015
$\mu$ (Pa.s)	0,001
$Re_{con\ agitación}$	4699
Régimen	Turbulento
$N_p$	4,0
$P$ (W)	4,7

Tabla 9. Resultados del cálculo para la potencia de los agitadores

En la sección transferencia de masa y electricidad se describen los resultados de los cálculos concernientes a corriente límite, voltaje aplicado a la celda y resistencias, además se presenta el plano eléctrico del diseño de la celda electrolítica con un sistema de control automático de temporizadores y electroválvulas.

$Sc$	351
$\lambda_{NA} +$ (s.m <sup>2</sup> /mol)	0,005
$\lambda_F -$ (s.m <sup>2</sup> /mol)	0,006
$D_{AB}$	2,8E-09
$Sh$	321
$k_c$ (m/s)	6,76E-06

Tabla 10. Resultados de parámetros para el cálculo de la constante de transferencia de masa

El coeficiente de transferencia de masa es necesario para los cálculos que se desarrollen más adelante, está dada por tres parámetros: número de Sherwood, número de Schmidt y la difusividad. La difusividad es el resultado de la interacción de los valores de conductancia molar iónica representados por  $\lambda$  y es respectivo para cada uno de los elementos de la solución. Ya calculada la constante de transferencia de masa, como se observa en la tabla 10, se procede a calcular la corriente aplicada para la celda [26].

$n$ (eqv)	1
$C$ (mol/L)	0,71
$F$ (C/mol)	96487
$j$ (A/m <sup>2</sup> )	0,46

Tabla 11. Resultados del cálculo para la corriente límite

La densidad de corriente,  $j$ , (Tabla 11) indica el rango superior de todas las corrientes a utilizar. Ya teniendo calculada la corriente límite, esta opera con las resistencias (ecuaciones 21 y 22) para obtener el voltaje que se aplica a la celda, además de considerar la constante de Faraday [27, 28]. Los datos de las respectivas resistencias catiónica y aniónica las provee el fabricante *Ralex Membranes* las cuales están dadas en ohmios por metros cuadrados. La conductividad eléctrica está representada por el símbolo  $\sigma$ .

El voltaje total se calcula con la relación (21). Todos los resultados se presentan en la tabla 12.

$R$ ( $\Omega$ )	103,0
$\sigma$ ( $\Omega^{-1} \cdot m^{-1}$ )	0,049
$R_{MIC}$ ( $\Omega$ )	0,0009
$R_{MIA}$ ( $\Omega$ )	0,0007
$R_{eq}$ ( $\Omega$ )	103,09
$\Sigma_{celda}$ (V)	47,8

Tabla 12. Resultados del cálculo eléctrico para la celda

A continuación se procede a calcular el balance de masa en función del tiempo (21). Los resultados de acuerdo a la Ley de Faraday que relacionan la corriente aplicada con la masa electrolizada se pueden observar en la tabla 14.

$m$ (g)	5,8
$\Delta t$ (s)	28800
$m_{equivalente}$ (g)	42
Rendimiento	1
$C$ (g/L)	30
$V$ (L)	2,0
$m_{total}$ (g)	60

Tabla 14. Resultados finales del proceso

## VI. Resultados

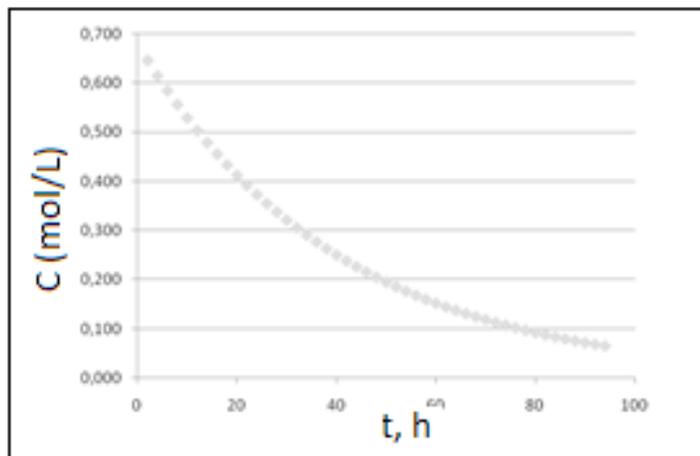


Fig. 8. Gráfica de concentración,  $C$ , en función del tiempo,  $t$

La transferencia de masa en el proceso de electrodiálisis está bien marcado por tres factores bien importantes; la intensidad de corriente, la concentración de nuestro electrolito y el tiempo de interacción de estos dentro de la celda y que tenga nuestra sustancia.

En la figura 8 se observa el comportamiento del electrolito en función del tiempo sometido a determinada intensidad de corriente y potencial; con el paso del tiempo en el compartimiento de llamado diluido de celda tendrá cada vez valores más pequeños pues se está efectuando una transferencia de cargas iónicas a los compartimientos contiguos, ocasionando un efecto contrario en esos espacios o compartimientos llamados concentrados, esta migración iónica en el electrolito les da el nombre a los dos tipos de compartimientos, concentrados y diluidos.

En el proceso de electrodiálisis, cuando las concentraciones de sustancia son muy pequeñas, se deben tomar intensidades también muy pequeñas que transporten la poca masa disponible para ser transferida tomando un comportamiento de poca variación como lo muestra la curva de la evolución temporal en la gráfica de la figura 8.

## VII. Conclusiones

El proceso de la electrodiálisis nos permite optimizar recursos en la industria de recubrimiento y tratamientos termoquímicos, pues los que antes se podían llamar desperdicios han agrandado su valor, ahora representan subproducto, que pueden ser utilizados como componentes o materia prima en el mismo proceso, creando un proceso cíclico que no demande tantos recursos no renovables y vírgenes como el agua. Esto a la vez conlleva a aminorar el impacto financiero de compra de materias primas nuevas, pues muchas de ellas son importadas y el tiempo de producción y trámite de importación es muy demorado.

El diseño del modelo de la celda de electrodiálisis presentado, abarca algunos de los fenómenos fundamentales de mecánica de fluidos, electricidad y transferencia de masa asociados y que ocurren simultáneamente en el montaje dentro de la celda. El programa creado CRILUDI ayuda como herramienta de trabajo sencillo para evitar extensos e innecesarios experimentos previos a desarrollar una hipótesis. Los diferentes parámetros empleados en dichas ecuaciones se han obtenido de la literatura disponible, aunque esta no es muy extensa por ser la electrodiálisis en la actualidad una tecnología aún en fase de desarrollo para la aplicación aquí descrita.

El desarrollo del tema de la electrodiálisis es de creciente interés, ya que cobra mucho valor en el campo de la investigación y del desarrollo tecnológico, tal que se han planteado para este caso algunas recomendaciones para el funcionamiento correcto durante el escalado, tales como: tener una alta turbulencia (números de Reynolds mayores a 2787), generar una caída de presión sobre la membrana para romper los depósitos, cepillado de membranas, suministro de pulsos de ácido sulfúrico diluido, controlar la tensión en el reactor en 3,5 V, con una densidad de corriente de 100 A/m<sup>2</sup>; se encontró además que la MIA experimenta ensuciamiento que de todas maneras no influye en su selectividad –al menos durante 500 h-, mientras que la MIC no experimenta ensuciamiento interno [3].

## Referencias

- [1] M. M. Emamjomeh, M. Sivakumar y A. S. Varyani, «Analysis and the understanding of fluoride removal mechanisms by an electrocoagulation/flotation (ECF) process», *Desalination*, Vol. 275, n.º 1-3, pp. 102-106, Jul. 2011.
- [2] M. M. Emamjomeh y M. Sivakumar, «An empirical model for defluoridation by batch monopolar electrocoagulation/flotation (ECF) process», *Journal of Hazardous Materials*, Vol. 131, n.º 1-3, pp. 118-125, Apr. 2006.
- [3] J. Booster, A. van Sandwijk y M. Reuter, «Opposing scaling and fouling during electro dialysis of sodium fluoride solution in a membrane cell reactor», *Hydrometallurgy*, Vol. 73, n.º 3-4, pp. 177-187, Jun. 2004.
- [4] R. A. Bailey, H. M. Clark, J. P. Ferris, S. Krause y R. L. Strong, «11 - Water systems and water treatment,» de *Chemistry of the Environment (Second Edition)*, R. A. Bailey, H. M. Clark, J. P. Ferris, S. Krause y R. L. Strong, Edits., San Diego, Academic Press, 2002, pp. 415-442.
- [5] D. Dolar, et ál., «RO/NF treatment of wastewater from fertilizer factory - removal of fluoride and phosphate,» *Desalination*, Vol. 265, n.º 1-3, pp. 237-241, Jan. 2011.
- [6] W. Weber, *Control de calidad del agua en procesos fisicoquímicos*, Bogotá.
- [7] ENOHSA, «Ente Nacional de Obras de Saneamiento».
- [8] J. A. Romero Rojas, *Tratamiento de aguas residuales*, Bogotá: Escuela Colombiana de Ingeniería, 2008.
- [9] C. Sawyer, P. McCarty y G. Parkin, *Química para ingeniería ambiental*, Bogotá: McGraw-Hill, 2001.
- [10] IAMI-UNICEF, Bogotá, 2006.
- [11] *Environmental Engineering's Handbook*, 2.ª edición, 1999, capítulos 7 y 8.
- [12] V. Tomar, S. Prasad y D. Kumar, «Adsorptive removal of fluoride from water samples using Zr-Mn composite material», *Microchemical Journal*, Vol. 111, n.º 0, pp. 116-124, Jul. 2013.
- [13] M. Bennajah, B. Gourich, A. Essadki, C. Vial y H. Delmas, «Defluoridation of Morocco drinking water by electrocoagulation/ electroflotation in an electrochemical external-loop airlift reactor», *Chemical Engineering Journal*, Vol. 148, n.º 1, pp. 122-131, May. 2009.
- [14] A. Bard y L. Faulkner, *Electrochemical methods*, New York: John Wiley & Sons, 2001.
- [15] A. Essadki, B. Gourich, C. Vial, H. Delmas y M. Bennajah, «Defluoridation of drinking water by electrocoagulation/ electroflotation in a stirred tank reactor with a comparative performance to an external-loop airlift reactor», *Journal of Hazardous Materials*, Vol. 168, n.º 2-3, pp. 1325-1333, Sep. 2009.
- [16] H. Cui, Q. Li, Y. Qian, R. Tang, H. An y J. Zhai, «Defluoridation of water via electrically controlled anion exchange by polyaniline modified electrode reactor», *Water Research*, Vol. 45, n.º 17, pp. 5736-5744, Nov. 2011.
- [17] M. Z. Bazant, M. S. Kilic, B. D. Storey y A. Ajdari, «Towards an understanding of induced-charge electrokinetics at large applied voltages in concentrated solutions», *Advances in Colloid and Interface Science*, Vol. 152, n.º 1-2, pp. 48-88, Nov. 2009.
- [18] U. Bakir Ogutverena, «Electrodialysis for the removal of copper ions from wastewater», *Journal of Environmental Science and Health, Part A*.
- [19] H. Strathmann, Ed., Chapter 3. «Preparation and characterization of ion-exchange membranes» de *Ion-Exchange Membrane Separation Processes*, Vol. 9, Elsevier, 2004, pp. 89-146.
- [20] R. E. Treybal, *Operaciones de transferencia de masa*, 2.ª edición, Bogotá: McGraw-Hill, p. 50.
- [21] Crane, *Flujo de fluidos en válvulas, accesorios y tuberías*, Bogotá: McGraw-Hill.
- [22] W. McCabe y J. Smith, *Operaciones unitarias en Ingeniería Química*, Bogotá: 1991, p. 251'254m 256'262.
- [23] J. Welty, *Fundamentos de transferencia de momento, calor y masa*, México: Limusa S.A., 2004.
- [24] P. Manisankar, C. Rani y S. Viswanathan, «Effect of halides in the electrochemical treatment of distillery effluent,» *Chemosphere*, Vol. 57, n.º 8, pp. 961-966, Nov. 2004.
- [25] R. Serway y J. Jewett, *Física para ciencias e ingeniería*, México: Internacional Thomson Editores, 2005.
- [26] J. Robins, *Ions in Solution. An introduction to Electrochemistry*, Vol. 2, Oxford Press, 1972.
- [27] D. Posadas, *Introducción a la electroquímica*, Washington: Secretaria General de los Estados Americanos, 1980.
- [28] R. Philipphenri, *Electrochemistry*, New York: Chapman & Hall, 1994.